

Thème

Situation d'origine

On vous demande de choisir un nombre entre -2 et 4 , de lui retirer 1 , d'élever au carré. Pour finir, de 3 elle retranche le résultat précédent. Quelles chances avez-vous de trouver un résultat positif ?

Source : IREM de Lyon

Proposition de traitement algébrique manuel/formel

Classe de première

Niveau d'enseignement	Classe de première générale
Type d'activité	Problème ouvert
Durée	Devoir en temps libre avec amorce en classe
Outils	Outil : logiciel de calcul formel, selon le programme de calcul choisi.
Compétences mathématiques	Étude du signe d'un polynôme du second degré. Mise en œuvre d'une stratégie visant à étudier le signe d'un polynôme
Prérequis TICE	Utilisation d'un CAS
Place dans la progression, moment de l'étude	Ce problème peut être traité à tout moment dans l'année. Toutefois, dans le cas d'un programme de calcul du second degré, il est préférable d'avoir travaillé sur ce thème. L'objectif est de développer les stratégies algébriques, même si des stratégies numériques (algorithmiques) sont bien sûr toujours possibles.
Forme de calculs favorisées	Calcul algébrique manuel ou instrumenté par un CAS.
Commentaires	Le problème peut être facilement résolu par une modélisation algébrique, dès que les élèves ont traité les équations du second degré, sous une forme ou une autre, en seconde ou première. L'utilisation du calcul formel prend sa place quand la résolution algébrique est installée dans la classe. Dans le cas contraire, les stratégies numériques (algorithmiques) risquent de réapparaître.

Prolongements

Écritures simplifiées d'un programme de calcul.

Une des difficultés liée à l'écriture d'un programme de calcul est liée à sa formalisation en langage courant.

Il peut alors être intéressant de présenter la Méthode de Hörner, sous une forme ou sous une autre.

On peut par exemple utiliser :

<http://xavier.hubaut.info/coursmath/mat/horner.htm>

Cette forme permet de décrire des expressions polynomiales de manière simple.

Exemple

Le polynôme $5x^3-4x^2+7x-8$ peut s'écrire sous la forme de Horner $((5x-4)x+7)x-8$, ce qui donne le programme de calcul suivant :

- Je choisis un nombre,
- je le multiplie par 5 puis j'enlève 4,
- je multiplie le résultat par le nombre choisi puis j'ajoute 7,
- je multiplie le résultat par le nombre choisi puis je soustrais 8

Il est alors simple de proposer un programme de calcul lisible correspondant à toute fonction polynôme.

Défis dans la classe

On peut caractériser cette classe de problèmes par la donnée de trois éléments :

- le programme de calcul,
- l'intervalle de travail,
- la probabilité cherchée.

Il est possible de proposer d'imposer deux des trois éléments aux élèves et de leur demander de trouver le troisième.

Exemple

Trouver une fonction telle que la probabilité d'obtenir une image positive sur l'intervalle $[1;8]$

soit égale à $\frac{3}{5}$.

On peut bien entendu imposer des contraintes supplémentaires sur les fonctions : polynôme de degré 3 ou plus, ayant 4 racines distinctes.....

Une orchestration possible de ce type d'activité

Partager la classe en plusieurs groupes.

Préparer un certain nombre de défis sur de petites fiches cartonnées et en distribuer une à chaque groupe.

Une fois le travail terminé, chaque groupe fait relire sa production par un autre groupe.

Fiche élève

Plusieurs exemples

On demande vous demande de choisir un nombre entre 0 et 10, de retirer 9, de multiplier par le nombre de départ, d'ajouter 23, de multiplier par le nombre de départ et d'ajouter 15. Quelles chances avez-vous de trouver un résultat positif ?

On demande vous demande de choisir un nombre entre -10 et 10, de retirer 4, de multiplier par le nombre de départ, de retirer 5, de multiplier par le nombre de départ et d'ajouter 14. Quelles chances avez-vous de trouver un résultat positif ?

On demande vous demande de choisir un nombre entre -5 et 5, d'ajouter 1, de multiplier par le nombre de départ, de retirer 12, de multiplier par le nombre de départ, de retirer 8, de multiplier par le nombre de départ et d'ajouter 24. Quelles chances avez-vous de trouver un résultat négatif ?