

Thème

Situation d'origine

On vous demande de choisir un nombre entre -2 et 4 , de lui retirer 1 , d'élever au carré. Pour finir, de 3 elle retranche le résultat précédent. Quelles chances avez-vous de trouver un résultat positif ?

Source : IREM de Lyon

Fonctions et probabilités

Traitement numérique ou semi-automatisé

| | |
|---|---|
| Niveau d'enseignement | Troisième / Seconde / Début de première |
| Type d'activité | Problème ouvert |
| Durée | Devoir en temps libre avec amorce en classe |
| Outils | Outils logiciels : tableur, calculatrice, logiciel de programmation |
| Compétences mathématiques | Modélisation algébrique d'un programme de calcul Mise en œuvre d'une simulation |
| Prérequis TICE | Simulation tableur écriture d'un programme avec boucle Répéter et Test sous calculatrice et/ou logiciel |
| Place dans la progression, moment de l'étude | Ce problème peut être traité à tout moment dans l'année : <ul style="list-style-type: none"> • sans connaissance algorithmique : une résolution par tableur est possible, • après des travaux sur les boucles REPETER et Conditionnelle, l'activité trouve une nouvelle dimension. Il est ici probable qu'une même équipe de recherche change de cadre (au sens de Douady) durant une même phase de recherche, |
| Forme de calculs favorisées | Calcul numérique instrumentés : tableur, calculatrice ou algorithmique. <ul style="list-style-type: none"> • Plusieurs méthodes de résolutions sont envisageables : <ul style="list-style-type: none"> ◦ résolution numérique approchée par tests successifs de valeurs (le tableur permet d'automatiser les calculs, avec ou sans modélisation algébrique) ◦ résolution graphique après modélisation fonctionnelle. ◦ résolution algébrique après modélisation. Cette résolution ne peut être envisagée -sans aide- qu'en fin de classe de seconde • Résolution numérique <ul style="list-style-type: none"> ◦ La finesse des tests entraîne rapidement une augmentation du nombre de calculs. ◦ On peut envisager une résolution par tableur ou par l'écriture d'un algorithme • Résolution graphique <ul style="list-style-type: none"> ◦ Elle concentre la difficulté sur la recherche des racines du polynôme. Cet obstacle peut conduire à deux stratégies numériques : l'une pour trouver des valeurs approchées de ces racines, l'autre sur la recherche in extenso des valeurs solutions à une précision donnée. |
| Commentaires | Plusieurs méthodes de résolutions sont envisageables, dépendant essentiellement du choix de l'instrument permettant d'automatiser les calculs. Le nombre de cas à traiter dispense de modéliser le programme de calcul par une expression algébrique. On évoque la notion de probabilité. Toutefois, la notion d'équiprobabilité sur le |

| | |
|--|---|
| | <p>choix d'un entier peut être un obstacle.</p> <p>La question de calculer une probabilité sur un univers de cardinal infini est posée.</p> <p>Il semble intéressant de faire travailler les élèves par groupes et d'envisager des productions publiques suivies d'un débat.</p> <p>Si ce problème est proposé tardivement en seconde, ou durant l'année de première, le professeur peut faire varier des variables didactiques en imposant un environnement technologique : calculatrice et/ou tableur et/ou logiciel de programmation (Algobox par exemple).</p> <p>Une orchestration faisant cohabiter plusieurs recherches pourra faire émerger des modifications de conceptions du Calcul.</p> <p>En fin de seconde ou début de première, les élèves peuvent faire appel à une modélisation fonctionnelle.</p> <p>Prolongements</p> <p>Ce travail peut être prolongé par une activité liée à la recherche d'intervalle de confiance, tant en seconde qu'en première. En terminale, on pourra retravailler cette situation dans le cadre des intervalles de fluctuation.</p> |
|--|---|

Commentaires

- On peut modifier le programme de calcul afin de déboucher sur la modélisation algébrique du programme de calcul. Dans ce cas, il peut être intéressant de faire cohabiter les deux versions.
- De nombreuses possibilités sont alors envisageables :
 - « éloigner » suffisamment de 0 les valeurs donnant une image positive,
 - choisir une fonction de la forme $f(x) = -(x-a)^2$ ou $f(x) = (x-a)^2$
 - choisir une fonction cube
- Le nombre de calculs à effectuer ou la complexité des calculs inciteront ou non à utiliser une modélisation expression algébrique. Dans ce cas, il est possible de s'appuyer sur un traitement graphique de la fonction associée. L'absence d'ordinateur ou l'utilisation d'une calculatrice sans mode graphique permet de contourner ce mode de résolution.
- Il est également envisageable de proposer aux élèves de modifier le problème sous les contraintes suivantes :
 - ils savent résoudre ce problème nouveau,
 - la résolution n'est pas raisonnablement envisageable « à la main ».

Fiche élève

(Deux exemples de situation)

On demande vous demande de choisir un nombre entier entre -20 et 40, de lui retirer 1, d'élever au carré, de diviser par 100 et pour finir de retrancher 2 du résultat précédent. Quelles chances avez-vous de trouver un résultat positif ?

On demande vous demande de choisir un nombre entier entre 0 et 20, de lui retirer 15, d'élever au carré, de multiplier le résultat par -2 et pour finir d'ajouter 27 au résultat précédent. Quelles chances avez-vous de trouver un résultat positif ?