

Proposition de traitements dans différents contexte d'un même problème d'optimisation

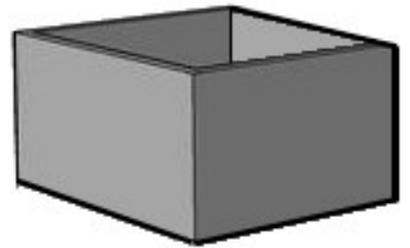
Ce problème a largement été étudié dans

*Intégration de calculatrices complexes dans l'enseignement des Mathématiques au Lycée
Cahier spécial n° 4 de DIDIREM – Janvier 1998*

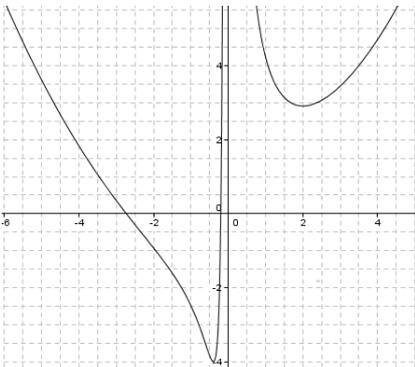
L'énoncé de référence :

Un maçon doit réaliser une cuve en béton parallélépipédique de base carrée de 20 cm d'épaisseur et pouvant contenir 4 m^3 . On désigne par x (en m) le côté du carré intérieur et par h (en m) la hauteur intérieure de la cuve.

On veut déterminer x et h pour que le volume de béton soit minimal.



La Cuve

| | |
|-----------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Niveau d'enseignement | Seconde générale et ultérieur |
| Type d'activité | Classe par groupes avec ordinateurs accessibles Exercice guidé |
| Durée | 2 h avec travail préparatoire sur le temps hors-classe |
| Outils | Traceur de courbe de type GeoGebra , Carmetal ou Sine qua non |
| Compétences mathématiques | Modélisation fonctionnelle en tant qu'outil de résolution en première approche de la situation, puis comme outil de confirmation d'une conjecture si le traitement précédent a été effectué Élaborer une représentation fonctionnelle de la situation Travail sur les formules de volume |
| Prérequis TICE | Savoir construire la courbe représentative d'une courbe à l'aide d'un traceur |
| Place dans la progression, moment de l'étude | Cette situation ne peut être envisagée que lorsque le calcul algébrique a déjà été réactivé durant l'année. Toutefois, il est toujours possible de modifier le questionnement afin de ne travailler que sur l'aspect graphique. |
| Forme(s) de calcul favorisée | Plusieurs formes de calculs sont impliquées ici : <i>calcul algébrique</i> Les calculs à mener sont complexes et le travail de groupe facilitera leur mise en œuvre <ul style="list-style-type: none"> • La simplification de $(x+0,4)^2(h+0,2)-hx^2$ avant substitution : <ul style="list-style-type: none"> • peut être laissée aux élèves et permet de mettre en évidence l'absence de pertinence de ce type de manipulation dans certains cas, • Le travail de contrôle de l'identité des expressions algébriques peut être confié à un traceur de courbes ce qui permet d'introduire la notion de paramètre, • peut par ailleurs permettre un travail sur les opérations algébriques posées, • peut légitimer l'introduction d'un CAS. • La substitution de $\frac{4}{x^2}$ par h : <ul style="list-style-type: none"> • est plus simple à effectuer sur l'expression « compacte » non travaillée, • se pose la question de la notion d' « expression simple ». <p>Traitement fonctionnel graphique</p> <ul style="list-style-type: none"> • L'allure de la courbe peut dérouter et un traitement s'impose comme précédemment, laissant la possibilité d'insérer des questions concernant les variations des différentes grandeurs.  |
| Commentaires | <ul style="list-style-type: none"> • Des scénarios plus ouverts peuvent être envisagés : <ul style="list-style-type: none"> • Une seule question : « Quelles dimensions, le maçon proposera-t-il à ses clients Pourquoi ? » • Aucune question : la situation est à étudier. • Cette situation permet, comme de nombreuses autres, de se poser la question de la «supériorité » en terme d'efficacité de la modélisation fonctionnelle sur la modélisation numérique. |

La cuve

Un maçon doit réaliser une cuve en béton parallélépipédique de base carrée de 20 cm d'épaisseur et pouvant contenir 4 m^3 .

1. Alexandre propose que la largeur intérieure de la cuve mesure 1,20 m.
 - a. Quelles doit être la hauteur intérieure de la cuve ?
 - b. Quelles sont alors les dimensions hors-tout de la cuve ?
 - c. En déduire le volume du béton utilisé.
2. Cécile, aimerait que la cuve soit moins haute
 - a. Quelle mesure de la largeur intérieure de la cuve peut-elle proposer ?
 - b. En déduire la hauteur intérieure de la cuve puis les dimensions hors-tout de la cuve et enfin le volume du béton utilisé.
3. Quelles questions peut-on se poser au vu des deux résultats précédents ?
4. On décide d'exprimer le volume du béton nécessaire en fonction de la largeur intérieure x de la cuve. On note h la hauteur intérieure de la cuve.
 - a. Décrire une méthode permettant d'exprimer le volume de béton en fonction de x et de h .
 - b. Exprimer le volume intérieur de la cuve en fonction de h et de x .
 - c. Exprimer en fonction de x le volume extérieur de la cuve.
5. Quelle dimension de la largeur intérieure de la cuve le maçon va-t-il proposer à ses clients ?

