

Semaine des Mathématiques

Du 6 au 14 mars 2023

Cycle 3
Niveau 3

Super Défi Le numéro de carte bancaire

Objectifs :

Vérifier la validité d'un numéro de carte bancaire via un algorithme de validation.

Activité :

Le numéro figurant sur une carte bancaire est composé de quatre groupes de quatre chiffres pour un total de 16 chiffres.



Les **15 premiers chiffres** donnent des renseignements sur le type de carte, la banque associée...

Le **16^{ème} et dernier chiffre** correspond à **la clé de validité** (appelé clé de Luhn) qui permet de vérifier la validité de la carte.

Cette clé de validité n'est pas une clé de sécurité qui empêche le piratage de la carte, elle permet juste de vérifier qu'il n'y a pas eu d'erreur dans la saisie du numéro de carte.

Méthode pour vérifier la validité du numéro de carte saisie

- Prendre les 15 premiers chiffres en commençant par la gauche
- Doubler la valeur de **tous les chiffres de rang impair** (le 1^{er} chiffre, le 3^{ème} chiffre...)
- Si le double obtenu est un nombre à deux chiffres, faire la somme de ces deux chiffres pour en obtenir un seul.
- Faire la somme des 15 nouveaux nombres obtenus.
- Calculer le reste de la division euclidienne par 10 du nombre obtenu précédemment.
- La clé de validité est égale à la différence entre 10 et ce reste

Pour résumer :

Clé de validité = 10 – (le reste de division par 10 du nouveau nombre à 15 chiffres)

Etude d'un numéro de carte de bancaire

Vérifions si le numéro inscrit sur cette carte peut être un numéro de carte bancaire.

1^{ère} question :



Vérifier que la clé de validité de la carte bancaire ci-dessus est bien égale à 2.

Pour vous aider, compléter le tableau suivant :

Chiffres du code	5	4	1	2	7	5	1	2	3	4	1	2	3	4	5
Double des chiffres															
Chiffres à sommer		4		2											

Nombre à diviser par 10 :

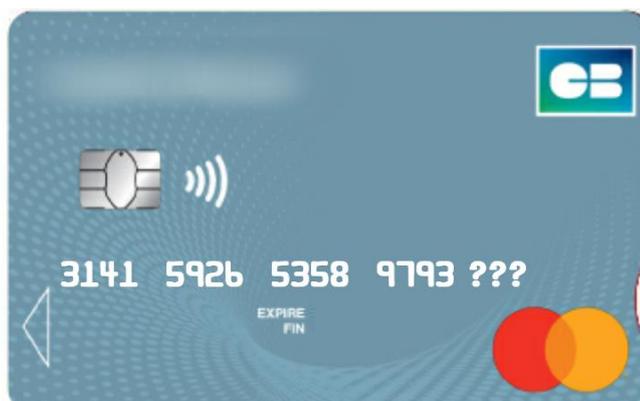
2^{ème} question :

Comme c'est la semaine des mathématiques, on se demande si on ne pourra pas tester le début d'un nombre très connu et très utile en mathématiques, le nombre Pi.

Son écriture décimale est infinie et voici les 16 premiers chiffres de ce nombre :

$$\text{Pi} = 3,141592653589793\dots$$

Les 16 premiers chiffres de Pi pourraient-ils former le numéro d'une carte bancaire ?



Ci-dessous, un tableau vierge à éventuellement proposer aux élèves :

Pour vous aider, compléter le tableau suivant :

Chiffres du code															
Double des chiffres		■		■		■		■		■		■		■	
Chiffres à sommer															

Nombre à diviser par 10 :

Pour vous aider, compléter le tableau suivant :

Chiffres du code															
Double des chiffres		■		■		■		■		■		■		■	
Chiffres à sommer															

Nombre à diviser par 10 :

Pour vous aider, compléter le tableau suivant :

Chiffres du code															
Double des chiffres		■		■		■		■		■		■		■	
Chiffres à sommer															

Nombre à diviser par 10 :

Pour vous aider, compléter le tableau suivant :

Chiffres du code															
Double des chiffres		■		■		■		■		■		■		■	
Chiffres à sommer															

Nombre à diviser par 10 :

Pour vous aider, compléter le tableau suivant :

Chiffres du code															
Double des chiffres		■		■		■		■		■		■		■	
Chiffres à sommer															

Nombre à diviser par 10 :

Réponses

Etude d'un numéro de carte de bancaire

Vérifions si le numéro inscrit sur cette carte peut être un numéro de carte bancaire.

1^{ère} question :



Vérifier que la clé de validité de la carte bancaire ci-dessus est bien égale à 2.

Pour vous aider, compléter le tableau suivant :

Chiffres du code	5	4	1	2	7	5	1	2	3	4	1	2	3	4	5
Double des chiffres	10		2		14		2		6		2		6		10
Chiffres à sommer	1	4	2	2	5	5	2	2	6	4	2	2	6	4	1

Nombre à diviser par 10 :

$$1 + 4 + 2 + 2 + 5 + 5 + 2 + 2 + 6 + 4 + 2 + 2 + 6 + 4 + 1 = \underline{48}$$

Le reste de la division d'un nombre entier par 10 est égal à son nombre d'unité.

Le reste de la division de 48 par 10 est égale à 8.

$$\text{Clé de validité} = 10 - 8 = 2$$

La clé de validité de cette carte est bien égale à 2.

2^{ème} question :

Comme c'est la semaine des mathématiques, on se demande si on ne pourra pas tester le début d'un nombre très connu et très utile en mathématiques, le nombre Pi.

Son écriture décimale est infinie et voici les 16 premiers chiffres de ce nombre :

$$\text{Pi} = 3,141592653589793\dots$$

Les 16 premiers chiffres de Pi pourraient-ils former le numéro d'une carte bancaire ?



Vérifions si la clé de validité est bien égale au dernier chiffre qui est 3

Chiffres du code	3	1	4	1	5	9	2	6	5	3	5	8	9	7	9
Double des chiffres	6		8		10		4		10		10		18		18
Chiffres à sommer	6	1	8	1	1	9	4	6	1	3	1	8	9	7	9

Nombre à diviser par 10 :

$$6 + 1 + 8 + 1 + 1 + 9 + 4 + 6 + 1 + 3 + 1 + 8 + 9 + 7 + 9 = \underline{74}$$

Le reste de la division de 74 par 10 est égale à 4.

Clé de validité = $10 - 4 = 6$

La clé de validité de cette carte devrait être égale à 6 et non à 3.

Le 16 premier chiffre du nombre Pi ne forme pas le numéro d'une carte bancaire.