TP $\sum$

Descriptif

Niveau d'enseignement :	Classe de Terminale
Type d'activité :	Préparation à l'épreuve pratique du baccalauréat S
Durée :	une heure
Logiciel :	Tableur
Compétences TICE :	Savoir organiser une somme sur tableur
Compétences mathématiques :	Comprendre le mode de génération d'une suite dont le terme général d'indice n est une somme de n termes. Démontrer une égalité. Mettre en oeuvre un raisonnement par récurrence Simplifier des sommes de différences en utilisant ou non le symbole sigma. Calculer une limite.
Place dans la progression et moment d'étude :	Dès la reprise de l'étude des suites

TP $\sum$

Fiche professeur

Ce TP a pour but d'étudier la limite éventuelle de la suite (u_n) de terme général $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$.

L'élève doit apprendre à organiser sa feuille de calcul. Les avantages des TICE sont alors multiples :

- aider à comprendre le mode de génération d'une suite dont le terme général d'indice n est une somme de n termes
- favoriser l'appropriation du symbole sigma
- émettre assez rapidement des conjectures et les contrôler : ainsi, l'affichage demandé des valeurs de v_n devrait le conduire, sur certaines valeurs simples de n, à conjecturer que $v_n = \frac{1}{n+1}$, conjecture qu'il peut alors contrôler en complétant sa feuille par le calcul de $\frac{1}{n+1}$.

Tout le tableau peut être rempli en utilisant uniquement les touches « = », « * » , « + » et « / »" du clavier.

L'un des enjeux mathématiques du TP consiste à appréhender le mode de génération de la suite : $u_1 = \frac{1}{2}$ et, pour tout entier $n \geq 2$, $u_n = u_{n-1} + \frac{1}{n(n+1)}$. Il ne paraît donc pas souhaitable de recourir à la fonction somme du tableur. Une réflexion importante doit donc être faite sur les aides éventuelles à apporter pour lever les blocages, sans casser la dynamique de recherche.

Pour la partie mathématique, la méthode à mettre en œuvre au **2.2** peut conduire à un débat de classe. Certains élèves peuvent être tentés par une démonstration par récurrence. L'égalité du **2.1** devrait en inciter quelques-uns à faire la somme de différences et c'est peut-être l'occasion de travailler avec le symbole sigma.
Les deux démonstrations peuvent faire l'objet d'un devoir libre.

TP $\sum$

Fiche élève

On considère la suite (u_n) définie, pour tout entier $n \geq 1$, par :

$$u_n = \frac{1}{1\times 2} + \frac{1}{2\times 3} + \frac{1}{3\times 4} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)},$$

ce qui s'écrit $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k(k+1)}$.

1. Conjectures sur tableur

1.1. Construire sur le tableur une feuille de calcul permettant d'afficher les valeurs des 100 premiers termes de cette suite.

1.2. Représenter graphiquement le nuage de points obtenus.

1.3. Conjecturer la limite de la suite (u_n).

1.4. Compléter la feuille de calcul en affichant les valeurs des 100 premiers termes de la suite (v_n) de terme général $v_n = 1 - u_n$.

1.5 Conjecturer l'expression de u_n en fonction de l'entier *n*.

2. Démonstration

2.1. Démontrer que, pour tout entier $k \geq 1$, $\frac{1}{k(k+1)} = \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}$.

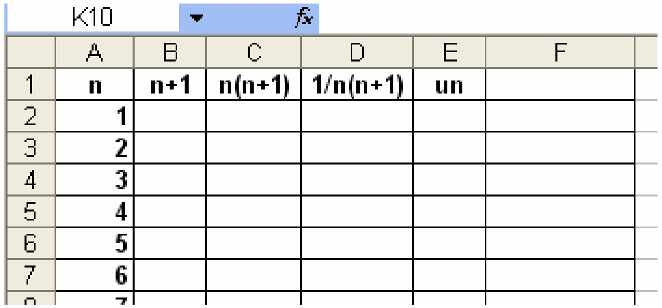
2.2. Démontrer alors l'expression conjecturée à la question **1.5.**

2.3. En déduire la limite de la suite (u_n).

Indications

Comment organiser sa feuille de calcul

Pour réaliser une somme sur tableur, le plus facile est de décomposer sa feuille de calcul, par exemple en colonnes comme ci-dessous :

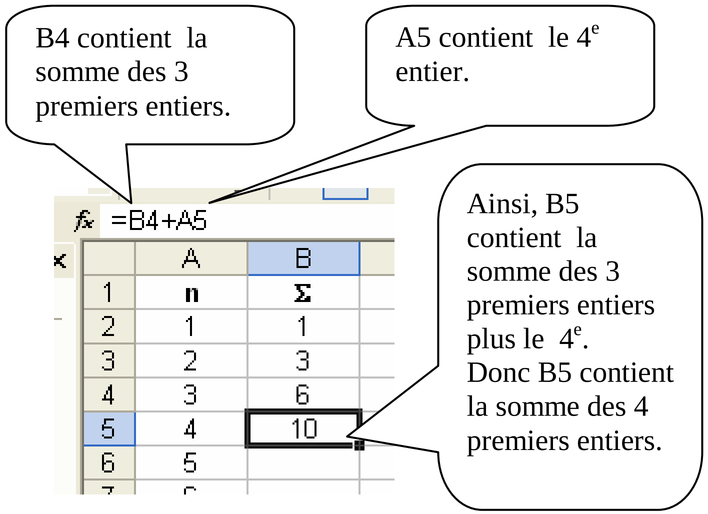


	A	B	C	D	E	F
1	n	n+1	n(n+1)	1/n(n+1)	un	
2	1					
3	2					
4	3					
5	4					
6	5					
7	6					

Comment programmer une somme sur tableur

Pour programmer une somme sur tableur, on peut utiliser le fait que pour additionner *n* termes, il suffit d'ajouter le *n*-ième terme à la somme des $n-1$ premiers termes.

Par exemple :
Si on veut calculer la somme des n premiers entiers naturels non nuls



	A	B
1	n	Σ
2	1	1
3	2	3
4	3	6
5	4	10
6	5	