

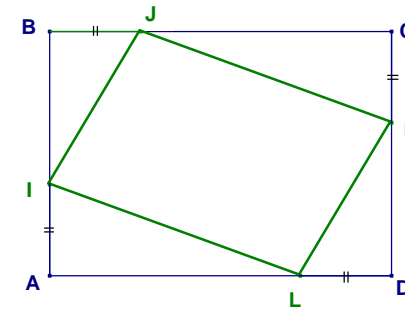
AIRE MINIMALE*Fiche descriptive*

Niveau d'enseignement :	Classe de seconde
Type d'activité :	Développement des compétences TICE
Durée :	une heure (possibilité de prolongement par un devoir en temps libre)
Outils :	Logiciel de géométrie dynamique plane
Compétences TICE :	Créer des points libres ou repérés dans le plan. Créer des calculs numériques. Piloter un point au clavier. Visualiser la courbe représentative d'une fonction (utilisation de la fonction trace du logiciel).
Compétences mathématiques :	Comprendre la notion de situation liée à un point mobile. Calculer des aires de polygones. Maîtriser le vocabulaire (« conjecture », « image »). Lire graphiquement le minimum d'une fonction. Faire du calcul littéral et démontrer l'égalité de deux expressions. Savoir que, pour comparer deux nombres, on peut chercher le signe de la différence.
Place dans la progression, moment de l'étude :	Placé en début d'année de seconde, ce TP permet d'une part de reprendre l'étude sur les fonctions abordée au collège et, d'autre part, de motiver l'entrée dans l'étude des variations. Il permet également d'introduire la notion d'intervalle sur une situation porteuse de sens.

AIRE MINIMALE*Fiche professeur***Le TP répond tout à fait aux attentes institutionnelles :**

« La notion de fonction est difficile à appréhender ; elle est déjà présente au collège... Pour aborder la notion de fonction dans une acception plus générale, le programme de seconde propose de s'appuyer sur quelques situations simples. On privilégiera celles pour lesquelles l'explicitation du lien entre deux grandeurs permet de répondre à une question. »

Il s'agit ici de minimiser l'aire d'un quadrilatère IJKL inscrit dans un rectangle.

**Les avantages de l'outil TICE sont nombreux :**

- comprendre que la situation est liée à un point mobile ;
- appréhender le fait que l'aire du quadrilatère IJKL est fonction d'une seule variable ;
- anticiper les variations de cette aire ;
- invalider certaines idées fausses (les élèves ont tendance à penser que le minimum est atteint lorsque I est le milieu du segment [AB]) ;
- se poser des questions suite à l'observation et revenir à la figure pour la faire évoluer ;
- conjecturer la position du point I qui correspond à une aire minimale ;
- éventuellement, rechercher plus généralement un lien entre la longueur AI qui correspond au minimum et le périmètre du rectangle ABCD.

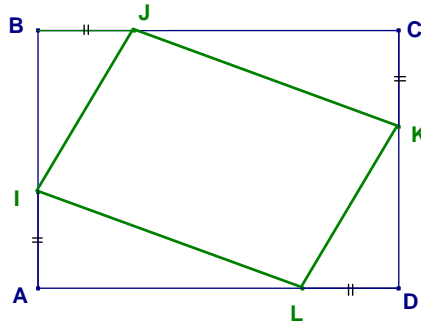
REMARQUES

- Il se peut que, pendant la séance, les élèves n'aient pas tous le temps de passer à la partie démonstration : elle est à chercher pour le cours suivant.
- La preuve que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme peut faire l'objet d'un devoir en temps libre.

AIRE MINIMALE

Fiche élève

ABCD est un rectangle tel que
 $AB = 5 \text{ cm}$ et $BC = 7 \text{ cm}$.
 Sur les côtés [AB], [BC], [CD] et [DA], on place respectivement des points I, J, K et L tels que
 $AI = BJ = CK = DL$.



On admet que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

On se propose de déterminer la position du point I sur le segment [AB] qui rend l'aire du quadrilatère IJKL minimale.

1. Conjecture à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

- a. À l'aide du logiciel, construire une figure qui permette de répondre au problème posé. On pourra s'aider des indications ci-contre.
- b. Conjecturer la (ou les) position(s) du point I sur le segment [AB], s'il en existe, pour laquelle (ou lesquelles) l'aire du quadrilatère IJKL est minimale.
- c. Conjecturer la valeur minimale de l'aire (mesurée en cm^2).

2. Démonstration

On pose $AI = x \text{ cm}$ et on note f la fonction qui à x associe la mesure, en cm^2 , de l'aire du quadrilatère IJKL.

- a. Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable x ?
- b. Calculer, en fonction de x , l'aire $f(x)$ du quadrilatère IJKL.
- c. Montrer que, pour tout x , $f(x) - 17 = 2(x - 3)^2$.
- d. Démontrer les résultats conjecturés aux questions 1.b et 1.c.

Devoir en temps libre :

Démontrer que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

Aide à la construction de la figure avec GeoplanW

Tâche à accomplir	Instructions à suivre
Créer le rectangle ABCD. Par commodité, on se place dans un repère. On peut placer A en l'origine.	Afficher le repère. Créer- Point- Point repéré- Dans le plan Abscisse : 0 ; Ordonnée : 0 ; Nom du point : A ; OK Avec le bouton Bis , créer B (0;5) puis D (7;0) et C... Créer- Ligne- Polygone- Polygone défini par ses sommets Sommets : ABCD Nom du polygone : R ; OK
Construire le point I mobile sur [AB]	Créer- Point- Point libre- Sur un segment Nom du segment : AB ; Nom du point : I OK
Construire un point repéré sur ... (par exemple, pour construire J)	Créer- Point- Point repéré- Sur une demi-droite Demi-droite : BC (attention à l'ordre : origine en premier) Distance/origine : AI ; Nom du point : J ; OK Construire les points K et L par la même méthode.
Créer un quadrilatère et le quadriller	Créer le polygone IJKL (en l'appelant P) Utiliser le Bouton Style pour choisir un motif et repositionner les lettres des points pour plus de lisibilité.
Piloter un point au clavier	Piloter- Piloter au clavier. Sélectionner le point à piloter. On peut alors déplacer le point avec les touches \rightarrow \leftarrow .
Afficher une longueur, par exemple AI	Créer ; Affichage ; Longueur d'un segment Nom du segment : AI ; Nombre de décimales : 1 ; OK
Créer le calcul de l'aire du polygone : on peut calculer l'aire d'un triangle ; pour les autres polygones, on crée une expression	<ul style="list-style-type: none"> • Pour créer l'aire d'un triangle, par exemple IJK : Créer- Numérique- Calcul géométrique - Aire d'un triangle Nom du triangle : IJK Nom de l'aire : a OK • Pour créer l'aire de IJKL, on utilise une expression Créer- Numérique- Calcul algébrique Expression du Calcul : ; Nom du calcul : S ; OK
Afficher les valeurs de cette aire S	Créer- Affichage- Variable numérique déjà définie Nom du scalaire à afficher S ; Nombre de décimales : 2 OK.

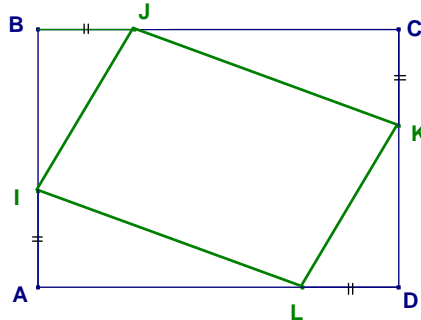
Si on veut tracer la courbe représentant les variations de l'aire S du quadrilatère IJKL en fonction de la longueur du segment [AI]

Créer le point M d'abscisse AI et d'ordonnée S.	Créer- Point- Point repéré- Dans le plan Abscisse : AI ; Ordonnée : S ; Nom du point : M ; OK Si besoin, rétrécir la figure avec la touche \square
Visualiser la trace formée par le point M	Afficher- Sélection trace. Sélectionner : M ; OK Cliquer sur le bouton Trace (bascule) afin de voir la courbe qui se dessine lors du pilotage au clavier.

AIRE MINIMALE

Fiche élève

ABCD est un rectangle tel que
 $AB = 5 \text{ cm}$ et $BC = 7 \text{ cm}$.
 Sur les côtés [AB], [BC], [CD] et [DA], on place respectivement des points I, J, K et L tels que
 $AI = BJ = CK = DL$.



On admet que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

On se propose de déterminer la position du point I sur le segment [AB] qui rend l'aire du quadrilatère IJKL minimale.

1. Conjecture à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

- À l'aide du logiciel, construire une figure qui permette de répondre au problème posé. On pourra s'aider des indications ci-contre.
- Conjecturer la (ou les) position(s) du point I sur le segment [AB], s'il en existe, pour laquelle (ou lesquelles) l'aire du quadrilatère IJKL est minimale.
- Conjecturer la valeur minimale de l'aire (mesurée en cm^2).

2. Démonstration

On pose $AI = x \text{ cm}$ et on note f la fonction qui à x associe la mesure, en cm^2 , de l'aire du quadrilatère IJKL.

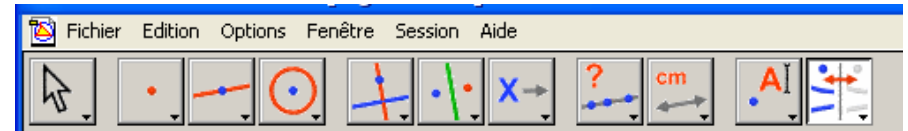
- Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable x ?
- Calculer, en fonction de x , l'aire $f(x)$ du quadrilatère IJKL.
- Montrer que, pour tout x , $f(x) - 17 = 2(x - 3)^2$.
- Démontrer les résultats conjecturés aux questions 1.b et 1.c.


Devoir en temps libre :

Démontrer que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

Aide à la construction avec le logiciel CABRI GÉOMÈTRE II plus

En haut de l'écran apparaît une barre d'outils formée de plusieurs icônes que nous avons numérotées pour simplifier. Elles présentent chacune un menu auquel on accède en maintenant enfoncé le bouton de la souris.

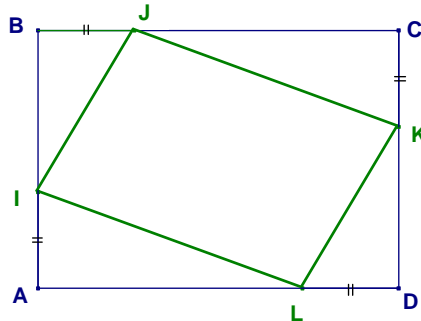


Menu n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Tâches à accomplir											
Aide											
Créer le rectangle ABCD de dimensions données											<p>On peut faire la construction dans le repère proposé par le logiciel. Pour dessiner ce repère, sélectionner le menu 11. Choisir « Montrer les axes » puis « Grille » (l'icône ci-contre apparaît). Déplacer le pointeur vers les axes jusqu'à obtenir le message « Ces axes » puis cliquer. Pour créer les points A, B, C et D, sélectionner dans le menu 2 « Point sur un objet ». Placer les quatre sommets dans la grille. On peut alors « cacher les axes » grâce au menu 11. Dans le menu 3, choisir « Polygone » pour joindre les sommets.</p> 
Nommer											<p>Menu 10.</p>
Créer un point libre sur un segment											<p>Dans le menu 2, choisir « Point sur un objet ». Placer le pointeur sur le segment et cliquer. Pour piloter le point à la souris : menu 1.</p>
Afficher la longueur d'un segment											<p>Dans le menu 9, choisir « Distance ou longueur ». Cliquer successivement sur les deux points. On peut rajouter une légende dans le cadre qui apparaît.</p>
Créer le point J situé sur le segment [BC] tel que $AI = BJ$.											<p>Il faut avoir affiché la longueur AI. Dans le menu 5, choisir alors « Compas », ce qui permet de créer un cercle de rayon donné, ici le nombre AI, et de choisir son centre, ici B. Pour obtenir le point J, choisir « Points d'intersection » dans le menu 2 et placer le pointeur près de l'intersection. Cliquer. Les points K et L se construisent de la même manière.</p>
Créer un segment											<p>Menu 3.</p>
Afficher l'aire du polygone IJKL											<p>Il faut d'abord créer le polygone : pour cela, dans le menu 3, choisir « Polygone » pour joindre les sommets. Pour l'aire : menu 9, choisir « Aire » et cliquer sur le polygone.</p>
Supprimer un objet créé											<p>Dans le menu 1, choisir « Pointer ». sélectionner l'objet à supprimer et taper sur la touche Suppr du clavier.</p>
Créer un style											<p>Utiliser le menu 11.</p>

AIRE MINIMALE

Fiche élève

ABCD est un rectangle tel que $AB = 5 \text{ cm}$ et $BC = 7 \text{ cm}$.
 Sur les côtés $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$, on place respectivement des points I, J, K et L tels que $AI = BJ = CK = DL$.



On admet que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

On se propose de déterminer la position du point I sur le segment $[AB]$ qui rend l'aire du quadrilatère IJKL minimale.

1. Conjecture à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique.

- À l'aide du logiciel, construire une figure qui permette de répondre au problème posé. On pourra s'aider des indications ci-contre.
- Conjecturer la (ou les) position(s) du point I sur le segment $[AB]$, s'il en existe, pour laquelle (ou lesquelles) l'aire du quadrilatère IJKL est minimale.
- Conjecturer la valeur minimale de l'aire (mesurée en cm^2).

2. Démonstration

On pose $AI = x \text{ cm}$ et on note f la fonction qui à x associe la mesure, en cm^2 , de l'aire du quadrilatère IJKL.

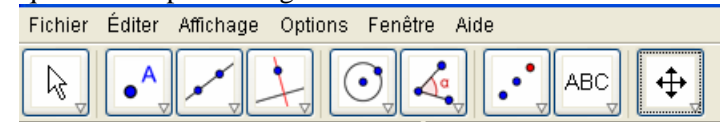
- Quelles sont les valeurs que peut prendre la variable x ?
- Calculer, en fonction de x , l'aire $f(x)$ du quadrilatère IJKL.
- Montrer que, pour tout x , $f(x) - 17 = 2(x - 3)^2$.
- Démontrer les résultats conjecturés aux questions 1.b et 1.c.

Devoir en temps libre :

Démontrer que le quadrilatère IJKL est un parallélogramme.

Aide à la construction avec le logiciel GeoGebra

En haut de l'écran apparaît une barre d'outils formée de plusieurs icônes que nous avons numérotées pour simplifier. Elles présentent chacune un menu auquel on accède en cliquant sur le petit triangle en bas à droite de l'icône.



Menu n° 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Tâches à accomplir	Aide
Créer le rectangle ABCD de dimensions données	On peut faire la construction dans le repère proposé par le logiciel. Pour afficher ce repère, prendre le menu « Affichage » et cocher « Axes » et « Grille ». Cocher également « Fenêtre Algèbre ». Pour créer les points A, B, C et D, sélectionner dans le menu 2 « Nouveau point ». Placer les quatre sommets dans la grille. On peut alors cacher les axes et la grille dans le menu « Affichage » en les décochant. Pour tracer le rectangle, sélectionner « Polygone » dans le menu 3. Cliquer sur les sommets et terminer en cliquant de nouveau sur le premier point.
Fixer un objet	Clic droit sur l'objet et sélectionner « Propriétés »
Renommer, effacer, afficher l'objet ...	Faire un clic droit sur l'objet à modifier. Pour le cacher, désactiver « Afficher l'objet ». Pour le supprimer, activer « Effacer ».
Créer un point libre sur un objet	Dans le menu 2, choisir « Nouveau point », placer le pointeur sur l'objet et cliquer. Pour piloter le point à la souris : menu 1
Afficher une longueur	Utiliser le menu 6. Dans le menu « Options », on peut alors modifier le nombre de décimales.
Créer le point J situé sur le segment [BC] tel que $AI = BJ$	On commence par créer le cercle de centre B et de rayon BJ : dans le menu 5, choisir « Cercle (centre-rayon) » puis cliquer sur le centre B et la longueur AI. Pour obtenir le point J, choisir « Points d'intersection » dans le menu 2 et placer le pointeur près de l'intersection. Cliquer. Les points K et L se construisent de la même manière.
Créer un segment	Menu 3.
Afficher l'aire de IJKL	Utiliser le « Champ de saisie » et « La liste des commandes » à condition de les cocher dans le menu « Affichage ». Saisir Aire[I, J, K, L] et entrer.
Agrandir, déplacer	Menu 9.