



**ACADÉMIE
D'ORLÉANS-TOURS**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

**Inspection académique
de mathématiques**

Un guide de bonnes pratiques pour les (néo) professeurs de mathématiques

Sommaire

Sommaire

Préambule

1. Organisation de l'année

Organisation du programme

Progression de l'année

2. Les compétences disciplinaires

Chercher

Modéliser

Représenter

Calculer

Raisonner

Communiquer

3. Différenciation pédagogique

4. Activité de l'élève

En classe

Un point de vigilance : la place de l'oral

Hors la classe

5. Mise en oeuvre du programme

Un exercice difficile : la démonstration

Un point de vigilance : la trace écrite (des écrits de savoir)

6. Évaluation

7. Quelques exemples de FAIRE ET NE PAS FAIRE*

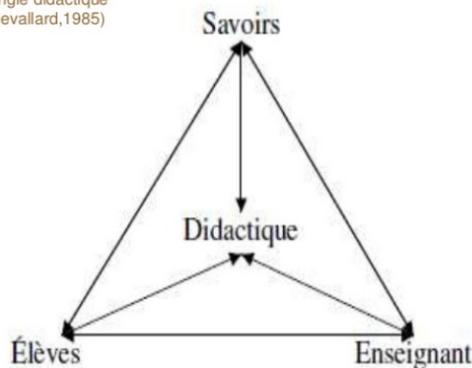
Préambule

Changer de discipline ou entrer dans le métier d'enseignant en mathématiques implique :

- dans le premier cas de repenser pour partie la posture d'enseignant de votre discipline d'origine, tant vis à vis des élèves que vis à vis de la discipline,
- dans les deux cas, de dépasser ses propres souvenirs d'élève.

L'évolution considérable, mais pas toujours perçue de l'extérieur, de l'enseignement des mathématiques a profondément renouvelé les relations du fameux triangle didactique, dans le sens d'une implication accrue des élèves dans la construction des savoirs et des compétences.

Le triangle didactique
(Y. Chevallard, 1985)



1. Organisation de l'année

A tous les niveaux d'enseignement, les programmes de mathématiques définissent un ensemble de connaissances et de compétences qui s'appuient sur le programme des années (cycles) précédents en réactivant les notions déjà étudiées et en y ajoutant de nouvelles notions.

Il est donc essentiel de prendre connaissance des contenus abordés l'année précédente avant d'aborder une notion.

Organisation du programme

Le programme s'organise en cinq grandes parties : « Nombres et calculs », « Géométrie », « Fonctions », « Statistiques et probabilités » et « Algorithmique et programmation ».

Ce découpage n'est pas un plan de cours et il est essentiel d'exploiter le potentiel d'interaction entre ces parties. Les connaissances du collège sont systématiquement réactivées à travers des problèmes.

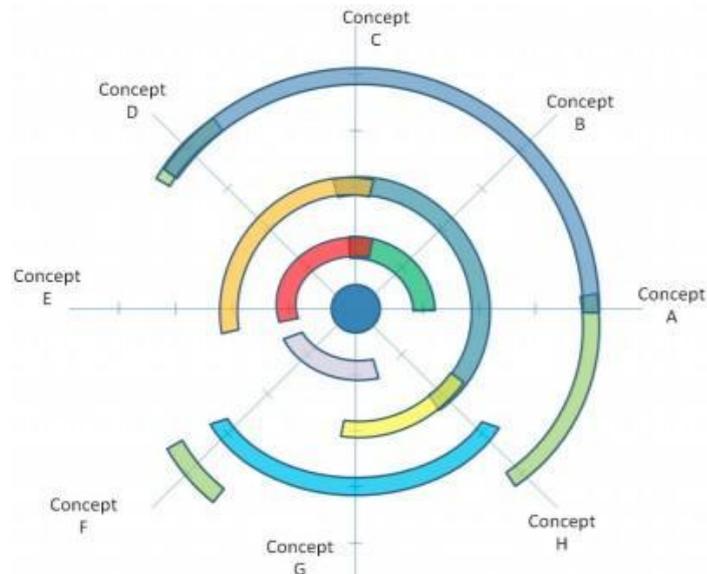
Progression de l'année

La progression de l'année **n'est pas** une succession de chapitres isolés, séparés les uns des autres par une évaluation sommative. En général les progressions sont élaborées en équipe et sont partagées. Il est fortement conseillé d'adopter une progression dite *spiralée* dont certains éléments maîtres sont listés ci-dessous.

- Proscrire tout chapitre de révision.
- Aucune notion n'est traitée d'un seul « bloc ». On revient à plusieurs reprises en des circonstances et avec des « voisinages notionnels » différents. Chaque reprise d'une notion est légitimée par l'introduction d'une classe de problèmes, de situations que les savoirs courants ne peuvent permettre de résoudre de manière acceptable.
- Organiser des opportunités pour croiser des savoirs de registres voire de domaines différents,

- Les **évaluations diagnostiques** et les **devoirs en temps libre** peuvent être des appuis intéressants afin de progresser tout au long de cette progression.

La figure ci-dessous se lit chronologiquement du centre vers l'extérieur, dans le sens trigonométrique..



Un concept est une notion figurant au programme.

Chaque "concept" est rencontré plusieurs fois dans l'année et abondé de plusieurs apports successifs.

Cette progression permet d'une part de construire des ponts entre les différentes notions et d'autre part de réactiver plusieurs fois dans l'année une notion en l'enrichissant au fur et à mesure.

On notera en particulier que la plupart des notions peuvent être abordées au cours du premier trimestre.

2. Les compétences disciplinaires

Dans le prolongement des cycles précédents, six grandes compétences sont travaillées au collège et au lycée.

Elles participent d'une structuration équilibrée de l'enseignement des mathématiques et doivent être explicitées aux élèves et régulièrement travaillées.

Ci-dessous, la liste des six compétences et leur description en termes d'attentes.

Chercher

- Analyser un problème.
- Extraire, organiser et traiter l'information utile.
- Observer, s'engager dans une démarche, expérimenter en utilisant éventuellement des outils logiciels, chercher des exemples ou des contre-exemples, simplifier ou particulariser une situation, reformuler un problème, émettre une conjecture.
- Valider, corriger une démarche, ou en adopter une nouvelle.

Modéliser

- On appelle modèle, un outil mathématique permettant de décrire la situation étudiée et d'apporter des éléments de réponse à la question (au sens large) posée.
 - Exemple : Paul a 12 bonbons et il en mange 5. Combien lui en reste-t-il ?
Un modèle pertinent serait la mobilisation de l'outil *soustraction*.
- Traduire en langage mathématique une situation réelle (à l'aide d'équations, de suites, de fonctions, de

configurations géométriques, de graphes, de lois de probabilité, d'outils statistiques ...).

- Utiliser, comprendre, élaborer une simulation numérique ou géométrique prenant appui sur la modélisation et utilisant un logiciel.
- Valider ou invalider un modèle.

Représenter

- Choisir un cadre (numérique, algébrique, géométrique...) adapté pour traiter un problème ou pour représenter un objet mathématique.
- Passer d'un mode de représentation à un autre. Changer de registre.

Calculer

- Effectuer un calcul automatisable à la main ou à l'aide d'un instrument (calculatrice, logiciel). Mettre en œuvre des algorithmes simples.
- Exercer l'intelligence du calcul : organiser les différentes étapes d'un calcul complexe, choisir des transformations, effectuer des simplifications.
- Contrôler les calculs (au moyen d'ordres de grandeur, de considérations de signe ou d'encadrement).

Raisonner

- Utiliser les notions de la logique élémentaire (conditions nécessaires ou suffisantes, équivalences, connecteurs) pour bâtir un raisonnement.
- Différencier le statut des énoncés mis en jeu : définition, propriété, théorème démontré, théorème admis...
- Utiliser différents types de raisonnement (par analyse et synthèse, par équivalence, par disjonction de cas, par l'absurde, par contraposition, par récurrence...).
- Effectuer des inférences (inductives, déductives) pour obtenir de nouveaux résultats, conduire une démonstration, confirmer ou infirmer une conjecture, prendre une décision.

Communiquer

- Opérer la conversion entre le langage naturel et le langage symbolique formel. Développer une argumentation mathématique correcte à l'écrit ou à l'oral.
- Critiquer une démarche ou un résultat.
- S'exprimer avec clarté et précision à l'oral et à l'écrit.

3. Différenciation pédagogique

Il est important de proposer des modalités d'enseignement variées et régulièrement renouvelées permettant à chaque élève de trouver sa place au cours de séances dont les organisations doivent être plurielles.

Voici les 4 axes de différenciation habituellement identifiés :

- **Les contenus d'apprentissage** : les élèves travaillent par groupes, en même temps, sur des contenus différents définis en termes d'objectifs cognitifs, méthodologiques et comportementaux. C'est aussi proposer dans les traces écrites des présentations différentes mais complémentaires d'un contenu (phrase, schéma, ...), ou différentes écritures d'un même nombre, etc.

- **Les structures** : renouveler régulièrement les déroulements des situations d'apprentissage en s'appuyant sur les modalités telles que :
 - organisation du temps,
 - formes des regroupements d'élèves,
 - choix des ressources matérielles...
- **Les processus** : constituer des groupes travaillant en même temps sur les mêmes objectifs selon des processus différents de mise en œuvre à travers des pratiques diversifiées de travail autonome. Exemple : coups de pouces, formulation différentes des consignes...
- **Les productions** : varier les supports sur lesquels les élèves expriment leurs acquis : débat d'idées, journal de bord, document électronique, exposé individuel, exposé de groupe ...

4. Activité de l'élève

Le professeur veille à créer, dans la classe de mathématiques, une atmosphère de travail favorable aux apprentissages, combinant bienveillance et exigence. Il est important de développer chez chaque élève des attitudes positives à l'égard des mathématiques et sa capacité à résoudre des problèmes stimulants.

L'élève doit être incité à s'engager dans une recherche mathématique, ne doit **pas craindre l'erreur**, mais **en tirer profit** grâce à **ses pairs** et au professeur. Ce travail sur l'erreur participe à la construction de ses apprentissages.

En classe

Les types de tâches proposées en classe doivent être variés :

- **questions flash** pour favoriser l'acquisition d'automatismes (en les réactivant au fil de l'année),
- **exercices d'application et d'entraînement** pour stabiliser et consolider les connaissances,
- **exercices et problèmes** favorisant les prises d'initiatives, mises au point collectives d'une solution, productions d'écrits individuels ou collectifs, restitutions orales, etc.

Il est essentiel que cette diversité se retrouve dans les travaux proposés à la classe.

Un point de vigilance : la place de l'oral

Les étapes de **verbalisation** et de **reformulation** jouent un rôle majeur dans l'appropriation des notions mathématiques et la résolution des problèmes.

Il est loin le temps où le professeur, dans une démarche descendante, imposait son rythme de travail à des élèves qui recopiaient les écrits du tableau.

Comme toutes les disciplines, les mathématiques contribuent au développement des compétences orales, notamment à travers la pratique de l'argumentation.

Des situations variées se prêtent à la pratique de l'oral en mathématiques :

- la reformulation par l'élève d'un énoncé ou d'une démarche,
- les échanges interactifs lors de la construction du cours,
- les mises en commun après un temps de recherche,
- les corrections d'exercices,
- les travaux de groupes,
- les exposés individuels ou à plusieurs...

L'oral mathématique mobilise à la fois le langage naturel et le langage symbolique dans ses différents registres (graphiques, formules, calcul).

Ressource pour aller plus loin : [Guide de l'oral en mathématiques \(pdf, 8 pages\)](#) sur la page académique, ([se former](#)).

Hors la classe

Si la classe est le lieu privilégié pour la mise en activité mathématique des élèves, les travaux hors temps scolaire remis au professeur, dits **Devoirs en Temps Libre**, sont indispensables pour consolider les apprentissages.

Fréquents, de longueur raisonnable et de nature variée, ces travaux sont essentiels à la formation des élèves. **Individuels** ou en **groupe**, évalués à l'écrit ou à l'oral, ces travaux sont conçus de façon à prendre en compte la diversité des élèves et permettent le développement des qualités d'initiatives, tout en assurant la stabilisation des connaissances et des compétences.

Les travaux écrits hors temps scolaire permettent, à travers l'autonomie laissée à chacun, le développement des qualités de prise d'initiative ou de communication ainsi que la stabilisation des connaissances et des méthodes étudiées. Ils doivent être conçus de façon à prendre en compte la diversité des élèves. Il ne faut pas proposer des problèmes d'approfondissement accessibles qu'aux meilleurs élèves ayant une aide à la maison. Des exercices élémentaires pour réactiver ou cristalliser des connaissances sont pertinents, des travaux (éventuellement numériques) de modélisation ou de programmation sont aussi possibles. Demander de rédiger un exercice corrigé oralement ou partiellement en classe est un travail adapté pour un DTL. A contrario, on peut envisager certaines restitutions sous forme de capsules audio ou vidéo.

5. Mise en oeuvre du programme

La mise en œuvre du programme doit permettre aux élèves d'acquérir des connaissances, des méthodes et des démarches spécifiques.

Il est essentiel de valoriser des activités de classe dans lesquelles l'élève produit des mathématiques et plus généralement où il est acteur dans une construction socialisée au sein de la classe des savoirs et des compétences.

Le professeur veille à établir un équilibre entre divers temps de l'apprentissage, qui ne sont pas disjoints :

- les **rituels**, afin de consolider les connaissances et les méthodes ;
- les **temps de recherche**, d'activité, de manipulation ;
- les **temps de dialogue** et d'échange, de verbalisation entre pairs ou entre les élèves (ou la classe) et le professeur ;
- les **temps de cours**, où le professeur expose avec précision, présente certaines démonstrations et permet aux élèves d'accéder à l'abstraction ; ce temps doit vivre d'échanges et ne pas être uniquement "descendant" ; ainsi, la trace écrite de cours qui en découle a un temps qui lui est dédié pendant la séance ;
- les **temps où sont présentés et discutés des exemples**, pour vérifier la bonne compréhension de tous les élèves ;
- les **exercices et problèmes**, allant progressivement de l'application la plus directe au thème d'étude ; il faut éviter de se limiter à la répétition d'exercices similaires, que les élèves reproduiraient sans même réfléchir, estimant que cela fonctionne mais sans leur donner de sens ;
- Les temps de bilan pour conscientiser et fixer les nouvelles connaissances.

Les contextes peuvent être internes aux mathématiques ou liés à des situations issues de la vie quotidienne ou d'autres disciplines.

La **résolution de problèmes** est un cadre privilégié pour développer, mobiliser et combiner plusieurs de ces compétences afin de stabiliser connaissances, méthodes et stratégies. Pour prendre des **initiatives**, **imaginer** des pistes de solution et s'y engager sans s'égarer, l'élève doit disposer d'automatismes.

Les **automatismes** (travaillés avec des **questions flash**) facilitent le travail intellectuel en libérant l'esprit des soucis de mise en œuvre technique et élargissent le champ des démarches susceptibles d'être engagées. L'acquisition de ces réflexes est favorisée par la mise en place d'activités rituelles, notamment de calcul (mental ou réfléchi, numérique ou littéral).

Un exercice difficile : la démonstration

Démontrer est une composante fondamentale de l'activité mathématique. Le programme identifie quelques démonstrations exemplaires, que les élèves découvrent selon des modalités variées : présentation par le professeur, élaboration par les élèves sous la direction du professeur, devoirs à la maison, etc. La démonstration n'est pas réservée au lycée. Il est fondamental que les élèves comprennent que les mathématiques sont construites et que toute propriété est démontrée et constitue une vérité (mathématique) établie pour toujours, sans exception. Si une propriété n'a pas de démonstration accessible au niveau enseigné, on indique "admise" dans la leçon.

Attention, car la démonstration **ne doit pas être un préalable** au travail sur le raisonnement.

Un certain nombre de points doivent faire l'objet d'un travail progressif. On pourra citer par exemple :

- qu'est ce qu'un énoncé vrai en mathématiques ?
- la différence entre le "vu" (ce que l'on voit) et le "su" (ce que l'on sait être vrai ou faux),
- la notion de conjecture,
- les écrits mathématiques répondent à un certain nombre de "codes stylistiques" propres à la discipline qui sont rarement explicités.

Ainsi, le fameux "soit ABC un triangle rectangle" dont la valeur universelle (ce qui suit est valable pour tout triangle rectangle) est implicite. Les élèves doivent apprendre peu à peu dans des situations de production, d'échanges oraux et écrits entre pairs à maîtriser ce langage.

Un point de vigilance : la trace écrite (des écrits de savoir)

Disposer d'une trace de cours claire, explicite et structurée est une aide essentielle à l'apprentissage des mathématiques. Faisant suite aux étapes importantes de recherche, d'appropriation individuelle ou collective, la trace écrite récapitule de façon organisée les connaissances, les méthodes et les stratégies étudiées en classe.

Explicitant les liens entre les différentes notions ainsi que leurs objectifs, éventuellement enrichie par des exemples ou des schémas, elle constitue pour l'élève une véritable référence vers laquelle il peut se tourner autant que de besoin.

Sa consultation régulière (notamment au moment de la recherche d'exercices et de problèmes, sous la conduite du professeur ou en autonomie) favorise à la fois la mémorisation et le développement de compétences.

Le professeur doit avoir le souci de la bonne qualité (mathématique et rédactionnelle) des traces écrites figurant au tableau et dans les cahiers d'élèves.

En particulier, il est essentiel de bien distinguer le statut des énoncés : conjecture, définition, propriété (admise ou démontrée), démonstration, théorème.

Ressource sur eduscol : [La trace écrite de cours en mathématiques](https://eduscol.education.fr/3049/le-plan-mathematiques-au-college) sur:

<https://eduscol.education.fr/3049/le-plan-mathematiques-au-college>

6. Évaluation

Si au collège, le cadre privilégié de l'évaluation des élèves est le **Socle commun** ; au lycée, les élèves sont évalués en fonction des capacités attendues.

Dans les deux cas, les élèves sont évalués selon des modalités variées :

- devoir surveillé avec ou sans calculatrice (en cours de formation ou bilan sur plusieurs chapitres),
- devoir en temps libre,
- rédaction de travaux de recherche, individuels ou collectifs, compte rendu de travaux pratiques pouvant s'appuyer sur des logiciels, exposé oral d'une solution.

L'évaluation doit permettre de repérer les acquis des élèves en lien avec les six compétences mathématiques qu'il convient de développer.

7. Quelques exemples de FAIRE ET NE PAS FAIRE*

<i>JE DOIS ...</i>	<i>JE NE DOIS PAS ...</i>
<p>... définir des objectifs précis et clairs pour chaque séance.</p> <p>... équilibrer mes objectifs entre connaissances et compétences.</p> <p>... commencer à m'interroger sur la question du sens et prendre en compte tous les élèves.</p>	<p>... laisser les aléas d'une séance décider du contenu ou de l'avancement du travail.</p> <p>... construire mon enseignement en pensant à une partie seulement du public.</p>
<p>... varier les dispositifs de travail.</p> <p>... penser spécifiquement le travail demandé aux élèves à la maison.</p>	<p>... abuser des phases de travail magistrales.</p> <p>... demander en travail à la maison le travail qu'on n'a pas réussi à mener en classe.</p>
<p>... sortir du seul schéma d'enseignement universitaire</p>	<p>... confondre autorité et autoritarisme.</p>
<p>... me procurer avant mon premier cours le programme officiel de la classe.</p> <p>... réfléchir à un usage raisonné du manuel.</p>	<p>... concevoir ma première séance sans la faire relire par mon tuteur ou un collègue chevronné.</p> <p>... me fier imprudemment à des sites Internet non institutionnels.</p>
<p>... distinguer évaluer et noter.</p> <p>... réfléchir pour concevoir une évaluation au service de l'enseignement-apprentissage.</p> <p>... varier les formes et les contenus de mes évaluations, respecter un équilibre entre connaissances et compétences.</p> <p>... graduer la difficulté des questions.</p>	<p>... annoncer imprudemment un dispositif d'évaluation trop précis et rigide à la classe avant d'avoir travaillé en formation.</p> <p>... penser que la note est un instrument de mesure incontestable et objectif.</p> <p>... me satisfaire de notes très basses en rejetant la responsabilité aux élèves.</p>
<p>... apprendre à observer mes élèves au travail et à en tirer une connaissance de leurs acquis.</p>	<p>... administrer abusivement des fiches de travail isolant chaque élève dans un travail fermé.</p>
<p>... considérez l'accès de mes élèves à un langage mathématique rigoureux comme un objectif d'apprentissage.</p>	<p>... oublier qu'une grande partie de la communication, du message, passe autrement que par le langage, par mon attitude physique et par des auxiliaires.</p>
<p>... structurer ma séance en évitant les temps morts pour chaque élève.</p>	<p>... annoncer des décisions de sanction dans la précipitation.</p>
<p>... proposer une progression annuelle qui permette une construction mathématique pertinente tout en prenant en compte des nécessités pédagogiques et didactiques.</p>	<p>... annoncer imprudemment une progression annuelle trop précise et rigide à la classe</p>
<p>... consulter les programmes des années n et $n-1$ de mes classes.</p> <p>... me procurer les documents ressources nationaux ainsi que les textes de l'Inspection Générale.</p> <p>... consulter le site académique et sa page mathématiques</p>	<p>... me fier aveuglément au manuel de la classe ni me restreindre aux seules approches qu'il propose.</p>

* **en gras ce qui doit être fait ou au contraire évité avant même la première séance.**