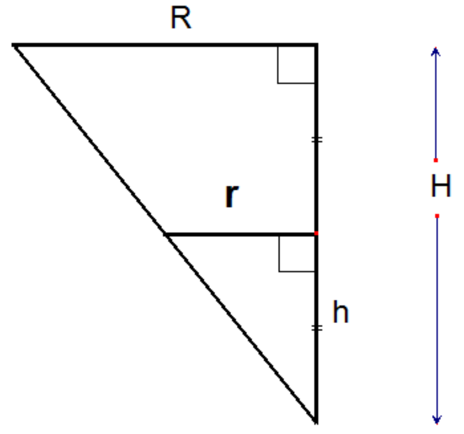
Généralisations :

1. considérons un cône, rempli à **mi hauteur**.

Comparaison entre le volume obtenu (petit cône) et le volume total.

	$h = \dfrac{H}{2}$ ou $H = 2\,h$ et $r = \dfrac{R}{2}$ ou $R = 2r$

$$V_{\text{petit cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

$$V_{\text{petit cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{R}{2}\right)^2 \times \frac{H}{2}$$

$$V_{\text{petit cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times \frac{R}{2} \times \frac{R}{2} \times \frac{H}{2} = \frac{1}{3} \times \pi \times \frac{1}{2} R \times \frac{1}{2} R \times \frac{1}{2} H$$

$$V_{\text{petit cône}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times H$$

$$V_{\text{petit cône}} = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times H\right)$$

$$V_{\text{petit cône}} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \times V_{\text{total}}$$

$$V_{\text{petit cône}} = \frac{1}{8} V_{\text{total}} = \frac{V_{\text{total}}}{8}$$

A retenir : dans une réduction d'un cône à l'échelle $\frac{1}{2}$, les longueurs sont multipliées par $\frac{1}{2}$ (donc divisées par 2), mais le volume est multiplié par $\frac{1}{8}$ (donc divisé par 8)

2. section d'un cône par un plan parallèle à la base : on obtient une réduction du cône à l'échelle k.

comparaison des volumes du grand cône et du petit cône :

si on appelle k l'échelle de réduction, alors r = kR et h = kH

$$V_{\text{petit cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$$

$$V_{\text{petit cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times (kR)^2 \times kH$$

$$V_{\text{petit cône}} = \frac{1}{3} \times \pi \times kR \times kR \times kH$$

$$V_{\text{petit cône}} = k \times k \times k \times \frac{1}{3} \times \pi \times R^2 \times H$$

$$V_{\text{petit cône}} = k^3 \times V_{\text{total}}$$

A retenir : dans une réduction d'un cône à l'échelle k , les longueurs sont multipliées par k, mais le volume est multiplié par k^3 .