

Übung 1 : Die Anzahl der Bäume jeder Reihe ist eine arithmetische Zahlenfolge, mit :

$$a_1 = 2 \text{ und } d = 3.$$

Die explizite Bildungsvorschrift ist also : $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ für jede natürliche Zahl n .

Deshalb hat man :

a) $a_{10} = a_1 + (10-1) \cdot d = 2 + 9 \cdot 3 = 29$ Bäume in der 10. Reihe

und $a_{40} = a_1 + 39 \cdot d = 2 + 39 \cdot 3 = 119$ Bäume in der letzten Reihe

b) $S_{40} = a_1 + a_2 + \dots + a_{40}$

$$= 40 \cdot (a_1 + a_{40}) \div 2$$

$$= 20 \cdot (2 + 119)$$

$$= 2\,420$$

Es gibt 2 420 Bäume in der ganzen Pflanzung.

Übung 2 : Mit einem Zinssatz von 2% wird das Kapital jedes Jahr mit 1,02 multipliziert.

Es ist eine geometrische Zahlenfolge (k_n) mit $q = 1,02$ und $k_1 = 10\,000$.

Die explizite Bildungsvorschrift ist also : $k_n = k_1 \cdot q^{n-1}$ für jede natürliche Zahl n .

a) k_2 ist das Kapital nach einem Jahr. k_3 ist das Kapital nach 2 Jahren ... usw.

Also ist k_n das Kapital nach $(n-1)$ Jahren, oder k_{n+1} ist das Kapital nach n Jahren.

Für das Kapital nach 8 Jahren wird also k_9 gesucht.

$$K_9 = k_1 \cdot q^8 = 10\,000 \cdot 1,02^8 \approx 11\,716,59 \text{ €}$$

Das Kapital nach 8 Jahren ist gleich 11 716,59 €

Also gibt es : $11\,716,59 - 10\,000 = 1\,716,59 \text{ €}$ Zinsen nach 8 Jahren.

b) $1,02^{35} \approx 1,9998895 < 2$ und $1,02^{36} \approx 2,039887 > 2$

Also nach 36 Jahren verdoppelt sich das Kapital, oder im 35. Jahr. Egal.

Beachte : Man kann auch Logarithmus verwenden, indem man n sucht, so dass $1,02^n > 2$

d.h. $\ln(1,02^n) > \ln(2)$

also $n \cdot \ln(1,02) > \ln(2)$

und $n > \ln(2) \div \ln(1,02) \approx 35,003$

und endlich $n \geq 36$

Durch diesen Vorgang ist natürlich die Antwort die gleiche.