

# Résolution de problème ouvert – démarche générale

## Descriptif

Ce document accompagne la captation d'images menée au cours d'une séance de résolution de problème ouvert en classe de CM2. Il décrit les étapes réalisées par l'enseignante en amont et pendant la séance.

## Objectifs visés

- Préciser la préparation réalisée avant la séance pour que cette dernière soit la plus efficace possible.
- Clarifier la démarche mise en place pour cette résolution de problème.
- Expliquer la posture de l'enseignant en fonction des moments de la séance.

## Sources utilisées

- Ermel. (2005). *Apprentissage numérique et résolution de problèmes, CM2*. Paris : Hatier.
- *Mathématiques, Document d'accompagnement – les problèmes pour chercher* (2002). Consulté sur <http://www.arpeme.fr/documents/42937996EF23426F3D71.pdf>

## En amont de la séance

### Choix du problème

Le problème peut se situer dans les domaines numérique, géométrique, logique, dans celui de la mesure ou dans plusieurs de ces domaines. Il doit présenter une certaine « résistance ». Il ne doit pas donner lieu à une réponse qui résulte d'un traitement immédiatement reconnu.

Une fois le problème choisi, il est nécessaire d'analyser précisément son énoncé afin de lever le plus d'ambiguïtés possibles. Le contexte doit être proche des élèves, les phrases simples et les informations suffisamment précises.

Le problème choisi pour cette séance était le suivant :

Les commerçants d'une rue ont fait peindre leur nom sur leur vitrine : chaque lettre de l'alphabet coute un prix différent.

- PAUL a payé 30 €.
- SEBASTIEN a payé 96 €.
- PAULINE a payé 47 € ;
- BASTIEN a payé 71 € ;
- PAULE a payé 40 €.

Combien a payé INES pour faire peindre son nom ?



→ Domaines de connaissances : numérique et logique

→ Vocabulaire à expliquer : commerçant, vitrine.

→ Penser à préciser que les vitrines sont écrites en lettres capitales et qu'elles n'ont pas d'accent ; les deux E de SEBASTIEN coutent donc le même prix.

→ Variables didactiques : l'ordre et le nombre des informations données, les nombres choisis (entiers, décimaux), le matériel à disposition.

## Analyse de la tâche

Avant de proposer le problème, l'enseignant le résout en utilisant ses propres connaissances (même si elles sont bien entendu au-delà de celles de ses élèves) afin d'être lui-même confronté à cette recherche.

Il faut ensuite analyser ce que sera la tâche des élèves pour le résoudre : quelles sont les procédures qui pourraient être envisagées et quelles sont les difficultés, les erreurs que pourrait engendrer sa résolution ? Même si l'analyse n'est pas exhaustive, elle a le mérite de préparer l'enseignant aux questions que les élèves pourront se poser, aux blocages qu'il faudra surmonter, les difficultés qu'il faudra pallier et à percevoir le déroulement possible de la mise en commun. Il est tout à fait envisageable de préparer des groupes de besoin afin de mettre en place une différenciation au sein des groupes de recherche en jouant sur les variables didactiques (énoncé, matériel, présence de l'enseignant, nombres utilisés,...)

### Analyse de la tâche :

- Comprendre qu'il n'est pas nécessaire de connaître le prix d'une lettre.
- Trouver le prix de IN avec PAULE et PAULINE :  $IN = 47€ - 40€ = 7€$
- Trouver le prix de ES avec BASTIEN et SEBASTIEN :  $SE = ES = 96€ - 71€ = 25€$
- Assembler les deux étapes précédentes :  $7€ + 25€ = 32€$

Ou

- Trouver le prix de E avec PAULE et PAUL :  $E = 40€ - 30€ = 10€$
- Trouver le prix de INE avec PAULINE et PAUL :  $INE = 47€ - 30€ = 17€$
- Trouver le prix de ES avec BASTIEN et SEBASTIEN :  $SE = ES = 96€ - 71€ = 25€$
- Assembler les trois étapes précédentes :  $17€ + 25€ - 10€ = 32€$

Ou

- Donner des prix à chaque lettre de PAUL de façon aléatoire mais dont la somme fait bien 30€ :  
par exemple,  $P=2€$   $A=3€$   $U=5€$   $L=20€$
- En déduire le E de PAULE :  $E = 40€ - 2€ - 3€ - 5€ - 20€ = 10€$
- Puis le IN de PAULINE :  $IN = 47€ - 2€ - 3€ - 5€ - 20€ - 10€ = 7€$  et fixer alors  $I = 1€$   $N=6€$
- De même, donner des prix à chaque lettre de BASTIEN (qui est le prénom le plus court qui contient un S) de façon aléatoire mais dont la somme fait bien 71€ et dont les prix des lettres A, I, E, N sont déjà connus :  
par exemple,  $B=4€$   $A=3€$   $S=12€$   $T=35€$   $I=1€$   $E=10€$   $N=6€$
- En déduire le SE de SEBASTIEN :  $SE = 96€ - 4€ - 3€ - 12€ - 35€ - 1€ - 10€ - 6€ = 25€$
- Puis conclure que  $INES = 7€ + 25€ = 32€$

### Erreurs/difficultés possibles :

- Ne pas prendre en compte que les lettres ont tous un prix différent et partir sur des divisions mais le résultat ne tombe pas juste pour SEBASTIEN, PAULINE et BASTIEN ;
- Compter le nombre de lettres d'INES et conclure que ce prénom coutera comme PAUL mais dans ce cas, PAULINE et BASTIEN auraient dû coûter le même prix.
- L'alternance des prénoms similaires peut gêner dans la reconnaissance d'analogie.
- Dans le cas d'un choix aléatoire de prix (3<sup>ème</sup> procédure), il peut y avoir nécessité à choisir des nombres décimaux pour respecter la contrainte des prix différents et engendrer des erreurs de calcul.
- Toujours dans la 3<sup>ème</sup> procédure, on arrive à une contradiction à la fin : si  $SE = 25€$  et  $S=12€$  alors  $E=13€$  mais on a trouvé 10€ au début de procédure.

## Préparation du matériel

Le propre de l'activité mathématique est d'anticiper sur l'action concrète, c'est à dire de construire mentalement une solution dite mathématique. Toutefois, la manipulation peut être nécessaire à l'élève pour s'approprier le problème et même parfois, pour valider une réponse. A partir de l'analyse de la tâche effectuée précédemment, il faut donc envisager le matériel qui pourrait permettre aux élèves de s'approprier la situation tout en gardant en mémoire que ce matériel ne servira pas forcément. Le matériel relatif à la trace écrite de chaque groupe doit également être préparé.

Afin de permettre l'appropriation du problème, il est prévu des lettres mobiles ou aimantées, des pièces de 1€, 2€ et des billets de 5€, 10€ et 20€. Afin d'alléger les calculs, en particulier en cas de soustractions successives, il est prévu des calculettes. Pour la trace écrite, les élèves trouvent sur leurs tables des feuilles A3 et des feutres.

## Pendant la séance

Plusieurs phases ponctuent, en général, une séance de « résolution de problème ».

### Contrat didactique

**Description** : Le contrat didactique met l'accent sur le fait que ce sont les élèves qui résolvent le problème avec leurs moyens propres, même s'ils peuvent faire confiance à l'enseignant pour gérer certaines contraintes (problème adapté à leur zone de connaissance, besoin en matériel, gestion du temps, relance si besoin,...)

**Posture** : Les élèves sont regroupés vers l'enseignant de façon à créer une attention collective et à favoriser la cohésion du groupe.

**Consigne possible** : « Je vous propose un problème que nous découvrirons ensemble. Ensuite, vous commencerez la phase de recherche. Vous trouverez à vos places des feuilles et des feutres. Je vous rappelle que toute initiative personnelle est bienvenue, que vous pouvez essayer, raturer, recommencer. Si vous avez besoin d'autres matériels, vous pouvez bien entendu vous adresser à moi. Je vous rappelle que vos résolutions de problèmes sont destinées à être affichées mais qu'un ou deux élèves de chaque groupe auront à expliquer leur procédure à leurs camarades. »

### Dévolution

Il s'agit ici de présenter le problème à résoudre. Il faut veiller à ce que les élèves comprennent la situation donnée et ce qu'il faut chercher pour qu'ils se sentent personnellement engagés dans la résolution de problème.

Les élèves sont installés à leur place de travail. L'enseignant est face à eux, immobile, afin de bien se faire entendre. Le problème est écrit lisiblement au tableau mais pas encore donné individuellement, pour éviter que l'élève ne soit absorbé par sa lecture pendant l'explication du contexte.

« Voici le problème d'aujourd'hui.

[Laisser quelques minutes pour une première lecture individuelle puis expliquer le problème SANS donner d'information sur sa résolution]

Avez-vous compris ce qu'on vous demande de chercher ? Attention, je ne vous demande pas si vous avez déjà trouvé la réponse mais bien si vous comprenez ce qu'on vous demande de chercher. »

### Phase de recherche

Il s'agit d'un travail de groupe mais une confrontation personnelle de chaque élève avec le problème est nécessaire. Cette phase individuelle initialise le travail de groupe dont l'objectif est de produire si possible une proposition de solution commune. Les échanges à l'intérieur du groupe sont donc un élément essentiel de cette phase, les propositions des uns alimentant celles des autres. Il faut que chacun se sente responsable de la proposition de solution qui sera présentée à la classe par le rapporteur du groupe. Le cas échéant, plusieurs solutions peuvent être données par un même groupe.

Un premier mini-débat peut être instauré au cours de cette phase, dans le but de porter à la connaissance de tous, les différentes recherches, de les amener à avoir un regard critique sur leur propre recherche et de les redynamiser si leur recherche piétine.

Les élèves sont ici installés par groupe de manière à favoriser les échanges. Les énoncés sont distribués pour chaque élève. Dans un premier temps, l'enseignant reste à l'écart afin de laisser le temps à chacun d'amorcer sa résolution. Puis, il circule dans la classe et s'arrête à chaque groupe pour étayer et rappeler certains points : toute initiative est acceptée, les essais sont autorisés, les ratures aussi, du matériel peut être proposé, on peut recommencer.... C'est aussi l'occasion de repérer les procédures produites et les difficultés rencontrées pour préparer la mise en commun.

Pendant les phases de débat, l'enseignant doit plutôt se placer en fond de classe pour que les échanges se fassent réellement entre les élèves et non pas entre lui et les élèves.

« Maintenant que vous avez bien compris ce que l'on vous demande, je vous propose de commencer à chercher une solution à ce problème seul, puis dans cinq minutes, vous pourrez échanger avec vos camarades afin de résoudre le problème ensemble. Pensez à proposer une résolution écrite pour pouvoir la présenter ensuite. »

## Mise en commun

Cette phase peut se situer à l'issue de la recherche ou dans la séance suivante. Au cours de cette mise en commun, les rapporteurs présentent aux autres groupes leur solution. Les choix de l'enseignant dans leur ordre de passage reposent sur les observations faites pendant la recherche et sur l'analyse des procédures proposées. Il semble peu pertinent de situer en fin de présentation des solutions erronées, à un moment où tout le monde est déjà convaincu par une solution correcte.

Le moment de mise en commun peut être organisé de diverses façons : les échanges peuvent intervenir au fur et à mesure de la présentation des productions ou seulement lorsque toutes les propositions ont été présentées. L'échange organisé autour de plusieurs propositions contribue à enrichir l'argumentation : les élèves peuvent repérer des démarches voisines et confronter celles qui sont différentes.

A leur tour, les rapporteurs sont installés face à la classe près de leur résolution écrite du problème qui est affichée. En début de présentation, l'enseignant, qui intervient pas ou peu, se place au contraire en fond de classe : en effet, les élèves-rapporteurs sont enclins à regarder l'enseignant plutôt que leurs camarades et si ce dernier se place au fond, alors les voix des rapporteurs portent plus et l'écoute de la classe est plus sérieuse. En revanche, au cours de l'échange qui suit la présentation, l'enseignant se place à nouveau face à la classe et près des rapporteurs. Son rôle est alors un rôle de médiateur : il doit veiller à une certaine rigueur dans l'expression avec des exigences adaptées au niveau de la classe ; il peut questionner, interpellé les uns ou les autres pour inciter les uns à argumenter et les autres à s'interroger sur la validité d'une proposition.

« Un ou deux rapporteurs de chaque groupe vont devoir maintenant présenter la résolution proposée par son groupe. Attention à bien expliquer les différentes étapes de votre résolution afin de permettre à vos camarades de bien suivre votre raisonnement. Ensuite, vos camarades vous feront part de leurs remarques ou de leurs questions. »

## Synthèse

Il s'agit maintenant de conclure la séance. L'enseignant reformule alors les différentes procédures utilisées qui ont abouti à une solution validée et valorise les qualités observées.

Chaque élève gardera une copie de l'écrit de recherche effectué par son groupe, que le problème ait été résolu ou non. Il est ensuite demandé aux élèves de produire individuellement une rédaction de la solution du problème à l'aide d'une des procédures discutées précédemment. Ils peuvent utiliser, en l'améliorant éventuellement, leur proposition, en choisir une autre ou en élaborer une nouvelle.

La rédaction de la solution est un écrit différent des écrits de recherche car il s'agit d'un écrit de reconstruction, et non d'un écrit qui accompagne la recherche.

Il est possible de proposer au cours d'une autre séance un problème analogue à celui donné au cours de cette séance.

### Problème avec le même contexte :

Les commerçants d'une rue ont fait peindre leur nom sur leur vitrine : chaque lettre de l'alphabet coute un prix différent.

LILI a payé 38 € ;

ANGELE a payé 46 € ;

LILIANE a payé 61 € ;

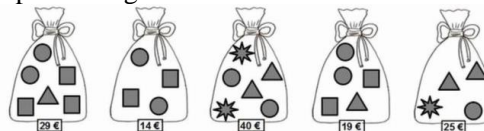
ANGE a payé 35 € ;

LILIAN a payé 53 €.

Combien a payé LENA pour faire peindre son nom ?

### Problème avec un contexte différent :

A la pâtisserie du coin, on vend des gâteaux carrés, ronds, triangulaires et en forme d'étoiles. Chaque gâteau de formes différentes coute un prix différent. Voici le prix de sachets contenant plusieurs gâteaux :



Combien coute le sachet suivant ?