

DEFIS MATHS

CE1 / CE2 ; CM1 et CM2/6^{ème}

DOCUMENT D'AIDES ET SUGGESTIONS A DESTINATION DES PROFESSEURS

Sources : Programmes de l'école primaire juin 2008, Mise en œuvre du socle commun de connaissances et de compétences 2007, Document d'accompagnement Mathématiques : les problèmes pour chercher, Document Eduscol : Le nombre au cycle 2.

Vous trouverez ci-dessous

- Un rappel des programmes et des objectifs de la résolution de problèmes.....p. 1
- Les modalités de mise en œuvre de ces problèmes p. 2
- Des références de livres et de sites..... p. 4
- Deux exemples d'organisation de classe..... .p. 5
- Un tableau récapitulatif des épreuves d'entraînement.....p. 6

D'ores et déjà, vous pouvez entraîner vos élèves en utilisant les défis des années précédentes que vous trouverez sur le site de la circonscription de DREUX 2 :

http://www.ac-orleans-tours.fr/dsden28/circ_dreux2/ressources_pedagogiques/

Rappel des programmes :

- Le programme du CP et du CE1 précisent que "l'apprentissage des mathématiques développe l'imagination, la rigueur et la précision ainsi que le goût du raisonnement". Celui du CE2, CM1, CM2 y ajoute "le goût de la recherche et les capacités d'abstraction".
- "La résolution de problèmes fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations".
- "Dans les quatre domaines du programme, l'élève enrichit ses connaissances, acquiert de nouveaux outils et continue d'apprendre à résoudre des problèmes. "
- "Les problèmes de groupements et de partage permettent une 1^{ère} approche de la division pour des nombres inférieurs à 100. "(cycle 2)
- "La résolution de problèmes concrets contribue à consolider les connaissances et capacités relatives aux grandeurs et à leur mesure, et à leur donner du sens. "(cycle 3)

Caractéristiques des problèmes

• **Présentation** : Un problème n'est pas nécessairement donné sous la forme d'un texte suivi d'une question écrite comme pourraient le laisser croire les pratiques les plus courantes. En effet l'écrit peut déjà être, pour certains élèves, un obstacle à la compréhension de la situation.

Or il faut garder à l'esprit que l'objectif essentiel ne se situe pas dans la lecture mais dans la résolution du problème. Le problème peut consister en la fabrication d'un objet (dessins, solides, assemblages...) sous certaines contraintes. Il peut être présenté par une situation mimée dont on demande d'anticiper la suite ou par une question formulée oralement (en particulier au cycle 2).

• Les élèves doivent pouvoir s'approprier facilement la situation et se représenter la tâche pour s'y engager avec leurs connaissances antérieures. La difficulté doit se situer non dans la compréhension de la situation, mais dans les moyens de répondre à la question posée.

• Le problème peut se situer dans les domaines numérique, géométrique, logique, dans celui de la mesure ou dans plusieurs de ces domaines.

• Le problème doit être « consistant », c'est-à-dire présenter une certaine « résistance ». Il ne doit pas donner lieu à une réponse qui résulte d'un traitement immédiatement reconnu.

• Donner un problème à résoudre, c'est lancer un défi. Il est important que les élèves « fassent leur » le problème et qu'ils aient envie de relever le défi. De ce point de vue, l'attitude du maître est aussi décisive que le choix du problème. La « mise en scène » qu'il a imaginée conditionne l'engagement des élèves à relever le défi. Cet engagement dans la tâche est souvent

plus aisé si les élèves sont persuadés qu'il existe une solution, parce qu'ils ont vu le problème se créer (problème avec des cartes par exemple) : ils sont ainsi mieux à même de se représenter la situation.

- La validation de la solution doit être le plus possible à la charge des élèves. Ils doivent pouvoir se rendre compte par eux-mêmes du bien-fondé ou non de leur réponse, par l'échange d'arguments destinés à défendre ou contredire une proposition, par des contrôles tout au long de leur recherche, et, si possible, par une vérification, à la fin, sur la situation elle-même.

Objectifs spécifiques de la résolution de problèmes

1) La pratique des problèmes développe les capacités des élèves à chercher, abstraire, raisonner et prouver **en faisant face à des situations inédites**.

2) Dans la résolution de ces problèmes, l'élève prend conscience de **la puissance de ses connaissances**, même si celles-ci sont modestes. Il existe en effet toujours plusieurs moyens d'élaborer une réponse, faisant appel à des registres de connaissances différents.

3) L'activité de l'élève dans la résolution de problèmes valorise **des comportements et des méthodes** essentiels pour la construction de leurs savoirs : prendre des initiatives (tenter, faire des essais...), être critique vis-à-vis de son travail (contrôler, analyser ses erreurs...), s'organiser, être méthodique (réduire le hasard, le nombre de cas à envisager), communiquer (par oral, dans le groupe et face à la classe, par écrit pour rendre compte de sa recherche).

4) Les phases d'échanges et de débats développent les **capacités argumentatives** de l'élève. Les **débats** qui s'instaurent soit dans les groupes, soit dans la classe conduisent les élèves à valider ou réfuter une proposition. Un élève qui est persuadé du bien-fondé de son idée, de l'intérêt de la piste qu'il veut explorer, ou de la solution qu'il a trouvée, devra convaincre ses camarades. La raison doit l'emporter sur la passion. Pour cela, le maître doit gérer les débats de telle façon que ce soit la valeur de l'argument qui l'emporte. Ni la force de conviction de celui qui le défend, ni le fait que cet argument soit accepté par la majorité des élèves ne doivent être décisifs quant à la validité d'un argument : en mathématiques, l'accord du plus grand nombre sur une proposition ne constitue pas un critère de sa validité.

5) Ce type d'activité contribue à **l'éducation civique** des élèves. Les moments de recherche sont plus efficaces si on s'entraide : les idées proposées par les uns, même erronées, alimentent celles des autres. Les moments de débats offrent également l'occasion de travailler l'écoute, la prise en compte et le respect de l'autre.

Les modalités de mise en œuvre de ces problèmes

Plusieurs phases ponctuent, en général, une séance de résolution de problèmes.

Présentation du problème. Comme cela a été signalé précédemment, le problème peut être communiqué oralement (avec l'aide d'un écrit) ou seulement par écrit (texte, schémas, tableaux, illustrations), avec ou sans matériel. Les élèves ne doivent pas pouvoir résoudre le problème uniquement en manipulant le matériel. Par contre, sa présence peut les aider à se représenter le problème et, à la fin, permettre une vérification pratique de la solution. Il faut en effet veiller à ce que les élèves comprennent la situation et ce qu'il faut chercher pour qu'ils se sentent personnellement engagés pour relever le défi qui leur est lancé.

Temps de recherche personnelle, puis en groupe. Une confrontation personnelle de chaque élève avec le problème est souvent nécessaire (environ 5 minutes). Même si, en apparence, elle est peu productive pour certains, cette phase individuelle initialise le travail de groupe dont l'objectif est de produire une proposition de solution (procédure et réponse) commune. Les échanges à l'intérieur du groupe sont un élément essentiel de cette phase, les propositions des uns alimentant celles des autres. Il faut que chacun se sente responsable de la proposition de solution qui sera présentée à la classe par le rapporteur du groupe : pour cela, le maître peut choisir le rapporteur seulement à la fin de la recherche.

Mise en commun, débat et validation. Cette phase peut se situer à l'issue de la recherche ou dans la séance suivante, ce qui permet à l'enseignant de prendre connaissance des travaux de chaque groupe. Au cours de cette mise en commun, les rapporteurs, désignés par le maître, présentent aux autres groupes leur solution. Les choix du maître dans la désignation des rapporteurs et dans leur ordre de passage reposent sur les observations faites pendant la recherche. Le moment de débat peut être organisé de diverses façons : les échanges peuvent intervenir au fur et à mesure de la présentation des productions ou seulement lorsque toutes les propositions ont été présentées. L'échange organisé autour de plusieurs propositions contribue à enrichir l'argumentation : les élèves peuvent repérer des démarches voisines et confronter celles qui sont différentes.

Il est souhaitable que la validation des propositions soit faite par les élèves eux-mêmes. Pour que la validation relève effectivement de la responsabilité des élèves, le maître doit éviter autant que possible de donner un avis d'autorité. Il doit, bien entendu, veiller à une certaine rigueur dans l'expression avec des exigences adaptées au niveau de la classe. Pour cela,

il peut questionner, interpellé pour inciter les uns à argumenter et les autres à s'interroger sur la validité d'une proposition. Des situations auto validantes ou vérifiables par l'expérimentation présentent un intérêt certain.

Synthèse. Il s'agit maintenant de conclure la séance, sous forme d'échanges entre le maître et la classe, de valoriser les qualités observées, de dénoncer les défauts, d'ancrer les comportements essentiels et les procédures intéressantes qui pourront être réinvesties dans une prochaine séance.

Le rôle de l'enseignant. Pendant une séance de résolution de problèmes, le maître n'apporte aucune aide sur la résolution du problème, ce qui ne veut pas dire qu'il est totalement absent de l'activité. Au bout d'un moment, il circule, observe, note des éléments intéressants. Ces observations l'aideront à décider éventuellement d'une courte mise en commun intermédiaire et du choix des travaux les plus intéressants à exploiter collectivement, ainsi que de l'ordre le plus pertinent pour cette exploitation. Le maître ne doit pas aider personnellement les élèves afin qu'ils n'attendent pas systématiquement un coup de pouce de sa part. Des aides peuvent venir des élèves eux-mêmes. Par exemple, un premier mini-débat peut être instauré, dans le but de porter à la connaissance de tous les groupes les différentes recherches, de les amener à avoir un regard critique sur leur propre recherche et de les redynamiser si leur recherche piétine. Pendant les phases de débat, le maître doit plutôt se placer au milieu des groupes ou en fond de classe pour que les échanges se fassent réellement entre les élèves et non pas entre le maître et les élèves.

Prolongement. Certains groupes auront résolu le problème, d'autres pas. Pour exploiter pleinement une telle séance, le maître peut "rebondir" sur cette recherche et proposer dans une séance ultérieure, des problèmes du même type que le précédent mais avec des données adaptées aux difficultés rencontrées par les groupes dans la recherche précédente. Forts des procédures discutées précédemment, ils peuvent utiliser, en l'améliorant éventuellement, leur proposition de solution antérieure, en choisir une autre ou en élaborer une nouvelle. Les groupes qui n'avaient pas abouti ont l'occasion de progresser. Il est également possible, dans cette phase, de procéder à une redistribution des groupes.

Des problèmes à tous les niveaux de l'école primaire

La pratique des problèmes n'est pas réservée aux élèves du cycle 3. Bien au contraire, dès l'école maternelle, et ensuite au cycle 2, cette pratique est inscrite dans les programmes.

Au cycle 2

Les problèmes ont une importance toute particulière au cycle 2. Ils donnent aux élèves des occasions de prendre conscience que les premiers outils mathématiques qu'ils se sont appropriés leur permettent de traiter des problèmes « difficiles », leur résolution ne se limitant pas à l'application des connaissances étudiées. Ainsi, des élèves de 2^e année (ou même de 3^e année) de cycle 2, peuvent être invités à chercher plusieurs façons (voire toutes les façons) de répartir 34 objets dans des boîtes qui peuvent contenir 4 ou 6 objets. Ils deviennent progressivement capables de rendre compte de la démarche qu'ils ont utilisée en s'appuyant sur la trace écrite qu'ils ont élaborée et à repérer des erreurs dans la solution d'un autre élève. Ils ont souvent des difficultés à identifier que deux solutions sont identiques quand elles sont présentées différemment : il appartient à l'enseignant de les aider dans ces rapprochements. Les échanges entre élèves, au cours de la mise en commun, sont encouragés, mais l'enseignant est souvent amené à reformuler une proposition et à assurer le maintien de la discussion autour de celle-ci.

Au cycle 3

La gamme des problèmes possibles s'élargit. Les élèves deviennent capables de s'investir davantage dans la phase d'échange et de débat autour des démarches produites. Le travail sur l'argumentation s'enrichit. Défendre une proposition ou la contester deviennent de véritables enjeux, au cours des mises en commun, l'enseignant se limitant à organiser le débat, à permettre l'expression, la confrontation des points de vue et l'émergence d'éléments de preuve. Cette phase, difficile, est essentielle pour que les élèves entrent dans un débat scientifique et s'en approprient progressivement les règles. Elle ne se déroule pas nécessairement sur toute sa durée sous forme collective. Souvent, l'implication des élèves doit être relancée, l'enseignant les invitant à discuter par petits groupes, pendant un court moment, d'une proposition clairement identifiée et formulée avant de reprendre l'échange collectif.

Exemples de problèmes

Problème dont la résolution peut être faite par essais (essais et ajustements ou essais systématiques)

La tirelire Situation type ERMEL

Dans ma tirelire, j'ai 32 pièces et billets.
Je n'ai que des pièces de 2 € et des billets de 5 €.
Avec ces 32 pièces et billets, j'ai 97 €.
Combien y a-t-il de pièces de 2 € et de billets de 5 € dans ma tirelire ?

Ce problème peut être résolu par **essais et ajustements**. Il nécessite de savoir prendre en compte l'information apportée par les essais successifs pour engager un nouvel essai. Une procédure par essais systématiques est également possible, par exemple en faisant évoluer le nombre de pièces de 2 € de 1 en 1.

Problème dont la résolution nécessite une organisation pour obtenir toutes les possibilités

D'après Les glaces O.C.C.E. Aube – *Les écoles qui mathent* — Mai 1998 (fin de cycle 2 ou cycle 3)

Trouve tous les mélanges possibles de glaces à trois boules différentes, avec cinq parfums : citron, vanille, chocolat, fraise, pomme.

Ce type de problème encourage à l'**organisation** des solutions pour s'assurer de leur exhaustivité. Par exemple, fixer la première boule sur « citron », puis la deuxième sur « vanille » et explorer toutes les possibilités pour la troisième. Puis, en gardant la première sur « citron », fixer la deuxième sur « chocolat » et explorer à nouveau les possibilités pour la troisième (en évitant de répéter un assortiment déjà trouvé)...

Problème dont la résolution privilégie le recours à la déduction

Les croquettes 2^{ème} rallye mathématique romand – 1994 (fin de cycle 2, cycle 3)

100 croquettes ont été réparties dans 5 assiettes.
Dans les 1^{ère} et 2^{ème} assiettes, ensemble, il y a 52 croquettes.
Dans les 2^{ème} et 3^{ème} assiettes, ensemble, il y a 43 croquettes.
Dans les 3^{ème} et 4^{ème} assiettes, ensemble, il y a 34 croquettes.
Dans les 4^{ème} et 5^{ème} assiettes, ensemble, il y a 30 croquettes.
Combien de croquettes y a-t-il dans chaque assiette ?

Où trouver de tels problèmes ?

Comme signalé plus haut, vous trouverez les défis organisés les années précédentes sur le site de la circonscription : <http://circ28-dreux2.tice.ac-orleans-tours.fr/php5/site/>

- Certains manuels intègrent de tels problèmes à leur progression.
- Voir la bibliographie du document d'accompagnement : Mathématiques à l'école primaire, p.49
- Des travaux de recherches (comme ceux de l'équipe ERMEL de l'INRP) fournissent également des exemples de mise en œuvre.
- Un numéro spécial de la revue Grand N « Points de départ » (édité en 2003) propose des *Activités et problèmes mathématiques pour les élèves du cycle 3*.
- En utilisant un moteur de recherche sur le réseau Internet, on peut trouver les concours et rallyes mathématiques organisés dans plusieurs régions de France ou dans d'autres pays. La revue suisse Math-école publie également les épreuves du rallye mathématique transalpin.

- Quelques sites intéressants :
 - o www.recreomath.qc.ca/index.htm : grand nombre d'énigmes classées par notions
 - o www.edunet.ch/activite/enigme/archives.htm: idem
 - o <http://www.ien-landivisiau.ac-rennes.fr/ressources/math.htm> : des problèmes et des exemples de résolution par les élèves, commentés
 - o <http://www.e-sudoku.fr>
 - o <http://pagesperso-orange.fr/jean-luc.bregeon/Page%204.htm> : les rallyes math de l'Allier

- Quelques ouvrages particulièrement riches :
 - o Défi Maths – Pierre Colin – Christian Redouté – Editions RETZ : CE1 ; CE2 ; CM1
 - o Des problèmes pour le cycle 3, chapitre Qui cherche trouve, D. VALENTIN, M. POMME, Collection Mosaïque, Hatier 2003
 - o Initiation au raisonnement logique, CE, S. ROS, P. et R. ROUGIER, RETZ, 2001
 - o Petites énigmes pour grandes personnes, Editions Chanteclerc
 - o 77 Jeux de logique, 5 à 8 ans, E. et JB. SCHNEIDER, Accès, 2001
 - o 101 jeux de nombres, 5 à 8 ans et 123 jeux de nombres, 8 à 13 ans, G. BRASSEUR, Accès
 - o Fichiers Géométrie AIS, Barataud, CDDP Finistère

Entraînement et finale : deux exemples d'organisation :

Vous entraînez vos élèves tout au long de l'année à la résolution de problèmes et vous variez vos modalités. Pour l'organisation du défi proprement dit, nous vous proposons deux mises en œuvre, au choix. Le temps global satisfaisant est de deux heures, avec la récréation au milieu. Ces deux heures peuvent être légèrement dépassées lors de la mise en commun.

1^{ER} EXEMPLE :

1^{er} temps de 30mn : recherche individuelle sur l'ensemble des problèmes avec un cahier d'essais. Les élèves peuvent choisir les problèmes et l'ordre dans lequel ils s'y essaient. On leur recommande de ne pas rester bloqués s'ils rencontrent une difficulté et de passer au suivant.

2^{ème} temps de 15mn : 1^{er} problème vu collectivement : au tableau, chacun donne sa proposition de réponse et le maître les écrit au tableau. Après ce recueil, un débat s'instaure où chacun défend sa solution. Le but annoncé est de convaincre les autres que sa solution est la bonne, d'en apporter la preuve puis de se mettre d'accord car une seule solution est à envoyer. Le maître n'intervient que pour réguler les échanges.

A l'issue de la discussion, une décision est prise, un élève secrétaire recopie la solution choisie et un assistant vérifie que la copie correspond à ce qui a été noté au tableau.

15mn : récréation

3^{ème} temps de 1H15 : suite en collectif comme pour le 1^{er} problème.
Correction effectuée la semaine suivante avec l'apport du maître.

2^{EME} EXEMPLE :

1^{er} temps de 20mn : recherche individuelle. Le maître peut avoir réparti les problèmes selon les compétences des élèves, il décide alors du nombre de problèmes donnés à chacun, du nombre d'élèves qui traitent le même problème.

2^{ème} temps de 30mn : par équipe, les élèves échangent leurs solutions, les comparent et tentent de se mettre d'accord. Ils rédigent une seule solution pour le groupe.

15mn : récréation

3^{ème} temps de 1H10 : Echanges et décisions en collectif :

Premier problème vu collectivement : au tableau, chaque groupe donne sa proposition de réponse et le maître les écrit au tableau. Après ce recueil, un débat s'instaure où chaque groupe défend sa solution. Le but annoncé est de convaincre les autres que sa solution est la bonne, d'en apporter la preuve puis de se mettre d'accord car une seule solution est à envoyer. Le maître n'intervient que pour réguler les échanges.

A l'issue de la discussion, une décision est prise, un élève secrétaire recopie la solution choisie et un assistant vérifie que la copie correspond à ce qui a été noté au tableau.

Correction effectuée la semaine suivante avec l'apport du maître.

Les outils

Les élèves disposent des outils de la classe sauf de la calculette. On peut lister :

- Cahier mémoire
- Manuel
- Dictionnaire
- Affichages
- Table de Pythagore
- ...

§§§§§§§§§§

TABLEAU RECAPITULATIF DES EPREUVES D'ENTRAINEMENT DES DEFIS MATHS CE1-CE2, CM1, CM2/6^{ème}

Année scolaire 2012-2013

DEFI CE1/CE2 : Six épreuves communes aux CE1 et CE2 ainsi que deux épreuves supplémentaires pour les CE2.

DEFI CM1 : Huit épreuves dont deux communes avec les CE2.

DEFI CM2/6^{ème} : Huit épreuves dont deux communes avec les CM1.

	GRANDEURS ET MESURE	LOGIQUE	GEOMETRIE		CALCUL	NUMERATION CONNAISSANCE DES NOMBRES		CRYPTARITHMETIQUE
	<i>Fiche 1</i>	<i>Fiche 2</i>	<i>Fiche 3</i>	<i>Fiche 4</i>	<i>Fiche 5</i>	<i>Fiche6</i>	<i>Fiche7</i>	<i>Fiche 8</i>
Entrainement CE1/ CE2	En Kayak	Le téléphérique	Combien de rectangles ?	Assemblages de cubes	Les petites voitures	C'est pas juste	Nombres croisés	Opération codée
Entrainement CM1	Le puits le plus proche	A table pour jouer	Combien de rectangles ?	Assemblages de cubes	142 élèves dans l'école	Un grand nombre		
Entrainement CM2/6 ^{ème}	Croissance rapide de la baleine bleue	La course	Des étoiles aux triangles	Assemblages de cubes				Nombres croisés
Compétences	Lire et comprendre. Connaître et utiliser les unités usuelles de mesure Utiliser des procédures d'essais-erreurs. Calculer	Lire et comprendre, se représenter mentalement une situation et prendre en compte des données chiffrées ou non. Déduire en utilisant la logique. S'organiser.	Compter et s'organiser. Reconnaitre des rectangles ; des triangles.	Reconnaitre des assemblages de cubes. S'appuyer sur les propriétés de figures géométriques. S'organiser. Calculer.	Lire et comprendre. Compter et s'organiser. Résoudre des problèmes complexes, engageant une démarche à plusieurs étapes, relevant des additions, soustractions et multiplications.	Connaître les nombres. Avoir acquis le principe de la numération de position.	Connaître les nombres : pairs, impairs, doubles, moitiés, ordre des nombres. Avoir acquis le principe de la numération de position. Connaître ou reconstruire des calculs additifs et multiplicatifs.	Connaître les nombres et les calculs (addition à retenue). Appliquer une règle en tenant compte des indications données. Eliminer ce qui n'est plus possible.