

Rallye mathématique du Centre

Épreuve officielle - Mars 2025

3^e : Exercices Info/Algo et 1 à 6.

2^{de} : Exercices Info/Algo et 1 à 8.

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.

Exercice Informatique-Algorithmique

Du saut de puce à la chute du robot

12 points

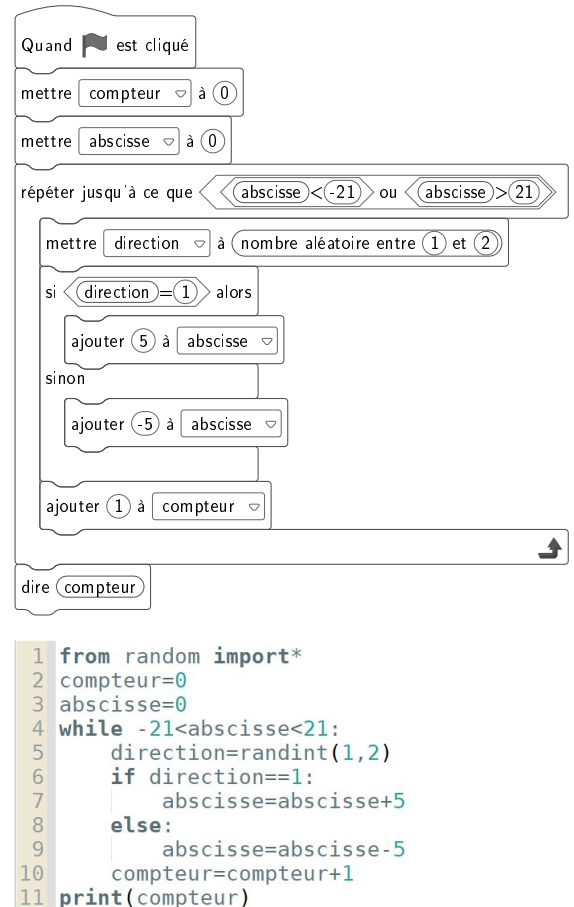
Une puce se situe au milieu d'un morceau de bois de 40 cm de long. Chaque seconde, elle saute, se déplaçant ainsi de 5 centimètres, en choisissant de manière aléatoire d'aller à droite ou à gauche.

- À quoi correspond le résultat affiché par le programme (version Scratch ou Python) ci-contre ?
- Modifier le programme afin qu'il répète 100 fois l'expérience et affiche la moyenne des résultats obtenus.

Recopier votre programme sur votre feuille-réponse.

- Un robot est posé au centre d'une table en bois carrée de 40 cm de côté. Toutes les secondes, il effectue de façon aléatoire un déplacement de 5 cm dans une des quatre directions (haut, bas, droite ou gauche).
Écrire un programme qui permette de donner une moyenne sur 100 expériences du nombre de déplacements avant que le robot tombe de la table.

Enregistrer votre programme, même non terminé, sur la clef USB sous le nom :
numéro département - nom d'établissement - classe.



Exercice n°1

Vous trouverez τ ou tard !

10 points

Le tableau ci-dessous a pour but de répertorier le nombre de diviseurs des nombres entiers positifs.

Les nombres entiers de 1 à 9 sont déjà placés dans la deuxième ligne du tableau.

Nombre de diviseurs de n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Nombre(s) n	1	2 3 5 7	4 9	6 8											

Le nombre 1 a un seul diviseur : 1.
Le nombre 5 a deux diviseurs : 1 et 5.
Le nombre 9 a trois diviseurs : 1, 3 et 9.

- Recopier le tableau et le compléter avec tous les nombres entiers de 10 à 100.
- Comment appelle-t-on les nombres de la case grisée ? Expliquer.
- Un nombre τ (se lit « tau ») est un nombre divisible par le nombre de ses diviseurs.
Par exemple : 9 est un nombre τ car il a 3 diviseurs et il est divisible par 3, alors que 6 n'est pas un nombre τ car il a 4 diviseurs mais 6 n'est pas divisible par 4.
Trouver tous les nombres τ inférieurs ou égaux à 100.
- 2025 est-il un nombre τ ? Expliquer.

Exercice n°2**Le codage ADFGVX****9 points**

Cette technique de cryptage a été utilisée par l'armée allemande au printemps 1918. Le lieutenant Painvin parvint à déchiffrer un message allemand utilisant ce codage. On construit une grille secrète de chiffage de 36 cases avec les 26 lettres et 10 chiffres possibles, dans laquelle chaque caractère est codé par deux lettres : celle de sa ligne puis celle de sa colonne.

	A	D	F	G	V	X
A	3	0	Q	H	X	K
D	9	N	Z	G	R	V
F	M	Y	J	W	F	O
G	C	L	T	5	B	4
V	I	7	A	2	8	S
X	P	E	U	1	6	D

Par exemple 3 est codé par AA, L par GD, X par AV etc. Ensuite chaque caractère du message est codé comme ci-dessous :

Message initial	B	L	A	I	S	E	P	A	S	C	A	L
Lettres codées	GV	GD	VF	VA	VX	XD	XA	VF	VX	GA	VF	GD

Puis, on crée une grille 1 où l'on place en tête un mot-clé choisi (ici FRANCE) puis les caractères codés.

Grille 1					
F	R	A	N	C	E
G	V	G	D	V	F
V	A	V	X	X	D
X	A	V	F	V	X
G	A	V	F	G	D

Ensuite, on crée une grille 2 en ordonnant la grille 1 selon l'ordre alphabétique des lettres du mot-clé.

Grille 2					
A	C	E	F	N	R
G	V	F	G	D	V
V	X	D	V	X	A
V	V	X	X	F	A
V	G	D	G	F	A

Enfin, il ne reste plus qu'à lire les lettres de haut en bas et de gauche à droite pour obtenir le message codé.

Le message chiffré obtenu est GVVVVXVGFDXDGXGDXFFVAAA

- À l'aide d'une autre grille de chiffage, donnée ci-contre, et du mot-clé : MATHS, coder le message suivant : OBJECTIF PREMIER.
- Avec la grille et le mot-clé de la question précédente, déchiffrer le message suivant :
VX AX DA XV FV VA FV FF DV AF VA FF XD FA XF AX AV GV FF DF
- En gardant la même grille mais, avec un mot-clé inconnu de 3 lettres, déchiffrer le message : VD FG DD VX DF VD VG VA FF AA GX FV AA DD FG

	A	D	F	G	V	X
A	C	1	O	F	W	J
D	Y	M	T	5	B	4
F	I	7	A	2	8	S
G	P	3	0	Q	H	X
V	K	E	U	L	6	D
X	V	R	G	Z	N	9

Exercice n°3**En somme, c'est un produit !****9 points**

On peut décomposer de différentes façons un entier positif en une somme de nombres entiers positifs.

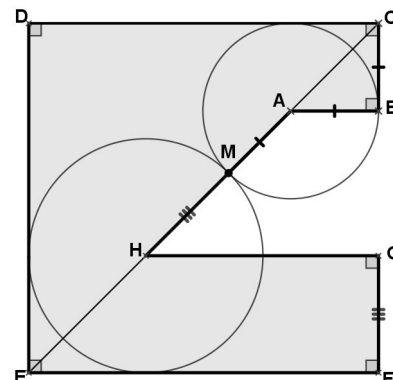
Par exemple : $17=10+4+3$ on multiplie entre eux chaque terme de la somme, ce qui donne : $10 \times 4 \times 3 = 120$
 $17=8+5+2+2$ $8 \times 5 \times 2 \times 2 = 160$.

Le but est de trouver pour un nombre donné une décomposition en une somme de termes dont le produit sera le plus grand possible.

- Trouver une décomposition qui donne le plus grand produit pour 12 ; 11 et 10.
- C'est le 40^e anniversaire du Rallye, trouver une décomposition qui donne le plus grand produit pour 40.

Exercice n°4**Deux cercles pour une enseigne****12 points**

Une enseigne est réalisée avec les indications de la figure ci-contre. Les cercles ont pour rayons respectifs 3 m et 4 m, ils ont un point commun M. Les points C, B, G et F sont alignés ainsi que les points C, A, M, H, et E. Un ruban lumineux est installé sur le contour, ABCDEFGHA, de l'enseigne. Quelle est sa longueur ? Quelle est l'aire de l'enseigne ?

**Exercice n°5****Switch the lights on****4 points**

There are 9 unlit bulbs (ampoules) numbered 1 to 9 and seven switches (interrupteurs) from A to G. Switch A turns on bulbs 1 ; 3 ; 6 if they are off and turns them off if they are on. Switch B does the same with bulbs 1 ; 2 ; 4 ; 8, switch C with bulbs 1 ; 3 ; 4 ; 5, switch D with bulb 8, switch E with bulbs 3 ; 4 ; 7 ; 9, switch F with bulbs 5 ; 7 and 9, and switch G with bulbs 2 and 7. Can all the bulbs be switched on at the same time? If so, how ?

Exercice n°6

Jetez-vous à l'eau !

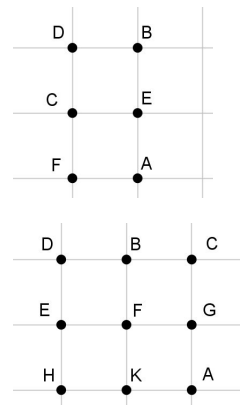
10 points

Une compétition de natation longue distance est organisée sur un plan d'eau avec deux formules : S et L.

Les nageurs devront partir de la bouée D (Départ) et se rendre à la bouée A (Arrivée).

Considérant que les nageurs nagent en ligne droite entre les bouées, les organisateurs souhaitent trouver le parcours le plus long possible passant une seule fois par toutes les bouées et sans croisement.

- Dans la formule S, ce sont 6 bouées disposées comme indiqué ci-contre sur un quadrillage carré de 100 mètres de côté.
Laetitia propose le parcours DBCEFA et Philippe DCFBEA ; lequel est le plus long ?
 - Cécile prétend en avoir trouvé un autre plus long ; quel peut être son chemin ?
- Dans la formule L, ce sont 9 bouées disposées comme indiqué ci-contre.
Quelle est la longueur du plus long parcours ?



Exercice n°7

Le ² magique d'ln

9 points

On dit qu'un carré est magique si les sommes des nombres de chaque ligne, chaque colonne et chaque diagonale sont égales.

Hélène propose de réaliser un carré magique à partir d'une date donnée, de la manière suivante :

- dans les cases grisées, A est le nombre correspondant au numéro du jour, B le nombre correspondant au numéro du mois, C les deux premiers chiffres de l'année et D les deux derniers chiffres de l'année,
- pour remplir les autres cases, il faut alors choisir x, y et z, trois nombres entiers positifs distincts, et calculer les valeurs de chaque case comme indiqué dans la grille.

$C+x$	$B-x-z$	$A-y+z$	$D+y$
$D+z$	A	B	$C-z$
$B+y-x-z$	C	D	$A-y+x+z$
$A-y$	$D+x+z$	$C+y-z$	$B-x$

- Dans l'exemple ci-contre, la date choisie est le 25 décembre 2024. Vérifier que ce carré est magique et qu'il a été construit suivant la méthode d'Hélène avec : $A = 25$, $B = 12$, $C = 20$, $D = 24$, $x = 2$, $y = 4$ et $z = 6$.
- La technique proposée par Hélène réalise-t-elle toujours un carré magique ?
- Nous sommes aujourd'hui le 13 mars 2025.
Construire un carré magique en choisissant x, y et z de tel sorte que les nombres obtenus dans le carré magique soient des entiers positifs et qu'ils soient tous différents.

22	4	27	28
30	25	12	14
8	20	24	29
21	32	18	10

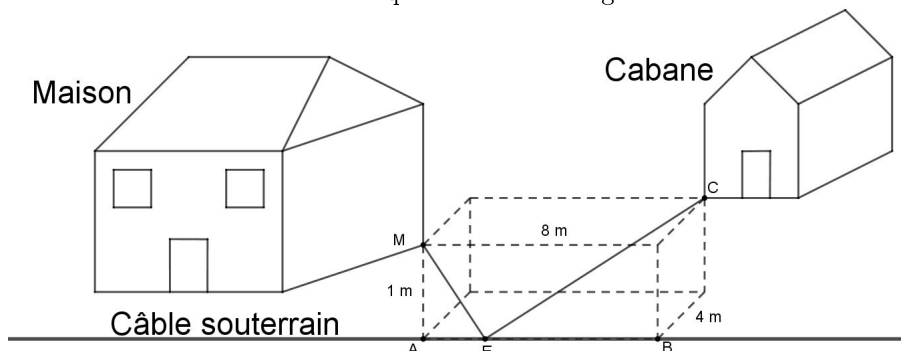
Exercice n°8

Du fil au câble

9 points

On souhaite raccorder la maison et la cabane à un boîtier E situé sur le câble souterrain du réseau électrique.

Pour cela on utilise 2 fils électriques enterrés en ligne droite entre M et E d'une part et entre C et E d'autre part.



Le solide dessiné en pointillés sur la figure ci-contre est un pavé droit mesurant $8\text{m} \times 1\text{m} \times 4\text{m}$.

- Quelle est la longueur de fil électrique utilisé si le point E est au milieu du segment $[AB]$?
- À quelle distance de A doit-on placer le boîtier E, entre A et B, afin que la longueur de fil utilisée soit la plus petite possible ? Arrondir le résultat au centimètre près.