

Rallye mathématique du Centre

Épreuve préparatoire - Décembre 2020

3^e : Exercices 1 à 6 et Info/Algo

2^{de} : Exercices 1 à 8 et Info/Algo

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.

Les solutions partielles seront examinées.

Bon courage et rendez-vous le 11 mars pour l'épreuve officielle.

Exercice n°1

Jules décode

7 points

Flore a mis au défi son ami Jules de trouver le code d'accès qui permet de rentrer dans son immeuble. Ce code est composé de cinq chiffres suivis de la lettre B et n'a jamais été changé depuis son installation.



Flore lui a juste donné comme indice que les chiffres de deux touches du digicode sont quasiment effacés, qu'une autre touche montre aussi des traces d'usure, mais moins importantes que sur les deux autres et que les autres touches sont comme neuves. Elle lui dit aussi que le nombre formé par les 4 premiers chiffres de la combinaison est un carré parfait. Elle se dit qu'avec ces renseignements, elle n'est pas près de voir arriver Jules!

Jules se dit lui aussi que toutes ces informations sont bien insuffisantes pour trouver le code et qu'il aura bien du mal à entrer dans l'immeuble, sachant qu'il n'a que trois essais avant de bloquer la porte. Mais Jules, qui est déjà allé chez Flore se souvient que le code formé par les cinq chiffres est un palindrome (comme par exemple : 47874, 52225...). Cela l'avait marqué! Quelque temps plus tard, il appelle Flore et lui dit « Je n'ai même pas besoin de me déplacer devant ton digicode pour savoir que je vais pouvoir entrer dans ton immeuble. ».

A-t-il raison ?

Exercice n°2

Le peintre 10 traits

6 points

1. Un artiste peintre cherche à obtenir une couleur « framboise sauvage ». Pour ceci, il cherche dans un nuancier et il trouve qu'il faut 1 part de blanc de titane et 4 parts de rose permanent.

Il fait un premier essai, mais comme il est distrait, il se trompe. Une part de blanc et cinq parts de rose, évidemment, c'est trop foncé!

Il essaie de rectifier en rajoutant deux parts de blanc et deux parts de rose à son premier mélange. Cela ne lui convient toujours pas. Il décide donc de s'en tenir aux indications précises du nuancier.

Combien de parts de rose et de blanc doit-il rajouter au mélange obtenu au second essai pour obtenir la bonne couleur « framboise sauvage » ? (*chaque part représente une même quantité*)

2. Cette fois, il veut obtenir la couleur « lavande ». Il faut 6 parts de blanc de titane, 2 parts de violet de cobalt et 1 part de bleu permanent. Et comme dans le premier cas « il se mélange les pinceaux » :

il met 2 parts de blanc, 6 parts de bleu et 1 part de violet.

Comment rectifier ?

Exercice n°3

My fortune for 10 €!

5 points

John, un américain, rentre dans un petit magasin de Blois et dit au patron :

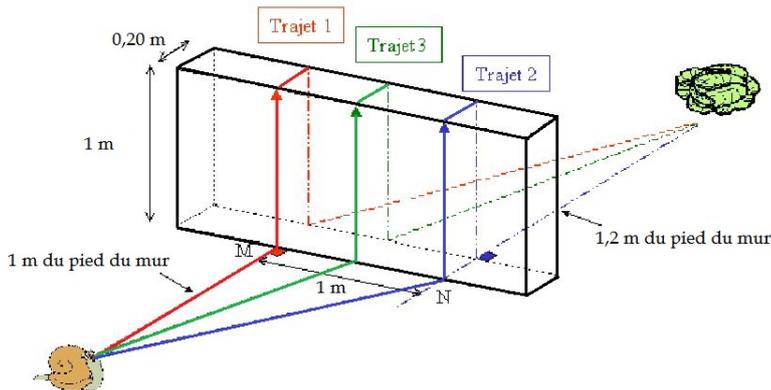
« Give me as much money as I have with me, and I will spend 10 € in your store. »

Le patron réfléchit et accepte. L'américain recommence dans un autre magasin dont le patron accepte à nouveau. Dans le troisième magasin, il renouvelle sa demande. Elle est acceptée et, à l'issue de ce dernier achat, John se retrouve finalement sans un sou.

Combien avait-il au début de ses transactions ?

Exercice n°4**Le délice du limaçon**

10 points

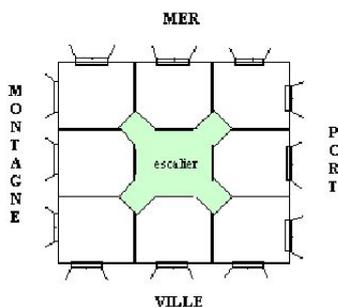


L'escargot et la salade se trouvent de part et d'autre d'un très long mur de 1 mètre de hauteur et de 20 cm d'épaisseur. L'escargot se trouve à 1 mètre du pied du mur et la salade à 1,20 m du pied du mur (de l'autre côté) ; il veut atteindre la salade. Les deux perpendiculaires au pied du mur sont distantes de 1 mètre.

1. Quelle distance parcourt l'escargot en empruntant le trajet 1, en empruntant le trajet 2 ?
2. Le trajet 3 passe exactement au milieu de $[MN]$. Quelle est la longueur de ce trajet ?
3. Trouver le trajet le plus court possible que peut parcourir l'escargot pour se rendre à cette salade et calculer sa longueur.

Exercice n°5**Histoire d'appartements**

6 points



Vingt personnes habitent ces huit appartements. Celles qui ont vue sur le port sont trois fois moins nombreuses que celles qui ont vue sur la ville et deux fois moins nombreuses que celles qui ont vue sur la montagne. Les gens qui ont vue sur la mer sont quatre fois moins nombreux que ceux qui regardent la ville. Tous les appartements sont occupés.

En expliquant la méthode, donner les dispositions possibles des personnes de cet ensemble d'appartements.

Exercice n°6**La chèvre, le pré et le hangar**

10 points

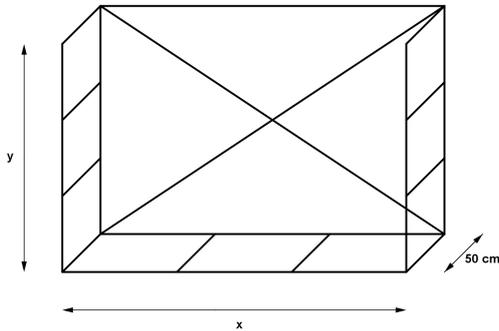


M. Seguin possède une chèvre qu'il laisse brouter dans un pré clôturé rectangulaire ABCD de 60 m de long sur 40 m de large ($AD = 60$ m et $AB = 40$ m). Au centre de ce pré se trouve un hangar carré EFGH dont le centre est le centre du pré. La diagonale $[FH]$ du hangar mesure 20 m et est parallèle au côté $[AB]$ du pré, E est le coin du hangar le plus proche de $[AB]$ et F est celui le plus proche de $[BC]$.

1. Ne souhaitant pas que la chèvre broute partout, M. Seguin installe deux barrières séparant son pré en deux parties. Une barrière est perpendiculaire à $[AD]$ et va jusqu'au coin H du hangar et l'autre est perpendiculaire à $[BC]$ et va jusqu'au coin F. Il place alors la chèvre dans la partie contenant le point E. Réaliser une figure du pré à l'échelle en prenant 1 cm pour 5 m, colorier la zone accessible par la chèvre et calculer son aire.
2. Les barrières le gênant, il décide de les enlever mais attache sa chèvre l'aide d'une corde de longueur EA fixée au point E. Réaliser une figure du pré à l'échelle en prenant 1 cm pour 5 m, colorier la zone accessible par la chèvre et calculer son aire.

Exercice n°7**Bûche, ô ma bûche!****8 points**

Une entreprise veut fabriquer une structure en tubes métalliques pour contenir un volume de 1 m^3 afin de stocker des bûches de 50 cm de long. Le plan défini pour la structure est le suivant :



1. Quelle est la longueur totale de tubes métalliques nécessaires si x est égal à 1 m? à 2 m?
2. Déterminer l'arrondi au cm des dimensions x et y de la structure qui minimisent la longueur totale de tubes métalliques.

Exercice n°8**Des dés****7 points**

Un jeu de dés à six faces, oppose en trois manches deux adversaires : l'attaquant et le défenseur.

Première manche : l'attaquant lance un dé puis c'est au tour du défenseur de lancer le sien ; si la valeur du dé du défenseur est supérieure ou égale à celle de l'attaquant alors le défenseur marque un point, sinon c'est l'attaquant qui marque un point. L'attaquant a obtenu "5". Quelle est la probabilité que le défenseur marque un point ?

Deuxième manche : l'attaquant lance deux dés puis le défenseur lance un dé ; si le double de la valeur du dé du défenseur est supérieur ou égal à la somme des deux dés de l'attaquant alors le défenseur marque un point, sinon c'est l'attaquant qui marque un point. L'attaquant a obtenu "3" et "5".
Quelle est la probabilité que le défenseur marque un point ?

Troisième manche : l'attaquant lance deux dés puis le défenseur lance deux dés ; si la somme des deux dés du défenseur est supérieure ou égale à la somme des deux dés de l'attaquant alors le défenseur marque un point, sinon c'est l'attaquant qui marque un point. L'attaquant a obtenu "3" et "4".
Quelle est la probabilité que le défenseur marque un point ?

Exercice Informatique-Algorithmique**L'information secrète se répand****10 points**

Le 1er avril 2020 : quatre amis apprennent une information secrète qu'ils souhaitent diffuser. Ils décident que chacun d'eux doit, le lendemain, faire circuler cette information auprès de trois amis, accompagnée du message suivant :
« *Demain, envoie ce message avec l'information que je viens de te communiquer, à trois de tes amis non déjà informés de cette nouvelle.* »

Chaque ami remplit parfaitement sa mission

1. Le 2 avril 2020, 16 personnes sont donc au courant de cette information et le 3 avril 2020, 52 le sont.
Combien de personnes sont donc au courant de cette nouvelle le 7 avril 2020?
2. Créer un programme Scraeth ou Python donnant le nombre total de personnes informées au bout d'un nombre de jours donnés. Déterminer alors, le nombre de personnes informées au bout de 12 jours (12 avril).
3. Créer un programme Scraeth ou Python donnant le nombre de jours nécessaires afin qu'au moins 3 milliards de personnes soient informées.
Répondre à cette question, donner la date et le nombre exact de personnes alors informées.

**TOP
SECRET**