

Rallye mathématique du Centre

Épreuve préparatoire - Décembre 2025

3^e : Exercices Info/Algo et 1 à 6.

2^{de} : Exercices Info/Algo et 1 à 8.

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.

Les solutions partielles seront examinées.

Bon courage et rendez-vous le 17 mars pour l'épreuve officielle.

Exercice Informatique-Algorithmique

Un vol pour Syracuse

12 points

L'algorithme de Collatz-Syracuse est un algorithme très célèbre.

Le voici ci-contre :

- On choisit un nombre entier positif non nul.
- Si le nombre est impair on le multiplie par 3 et on ajoute 1.
- S'il est pair on le divise par 2.
- Et on recommence avec le nouveau nombre obtenu.

- (a) Tester cet algorithme avec les nombres 13 ; 34 et 42. Dans chaque cas, vous donnerez le nombre obtenu à chaque étape de l'algorithme.
(b) Que remarquez-vous ?
- On décide que l'algorithme se termine quand on obtient 1 pour la première fois. On appelle « durée de vol » d'un nombre le nombre d'étapes qu'il a fallu faire pour arriver à 1 et « l'altitude » du nombre la plus grande valeur atteinte.
(a) Vérifier que la durée de vol de 18 est 20 et que son altitude est 52. Donner le nombre obtenu à chaque étape.
(b) Créer un programme Scratch ou Python qui donne la durée de vol et l'altitude de n'importe quel entier.
Enregistrer le programme, même non terminé, sur la clef USB sous le nom :
numéro département - nom d'établissement - classe.
(c) En utilisant ou en modifiant le programme, donner les nombres entiers inférieurs à 1000 qui ont une durée de vol supérieure à 150 et dont l'altitude est supérieure à 10 fois le nombre.

Aide Scratch : `a modulo 2` renvoie 0 si `a` est pair et 1 sinon.

Aide Python : La commande `a%2` renvoie 0 si `a` est pair et 1 sinon.

Exercice n°1

Si c'est déficient ou abondant, ce n'est pas parfait !

6 points

Un nombre entier est déficient s'il est supérieur à la somme de ses diviseurs stricts.

10 a pour diviseurs stricts : 1 ; 2 et 5 et comme $10 > 1 + 2 + 5$, 10 est dit déficient.

Un nombre entier est abondant s'il est inférieur à la somme de ses diviseurs stricts.

12 a pour diviseurs stricts : 1 ; 2 ; 3 ; 4 et 6 et comme $12 < 1 + 2 + 3 + 4 + 6$, 12 est dit abondant.

Un nombre entier est parfait s'il est égal à la somme de ses diviseurs stricts.

Par exemple 6 a pour diviseurs stricts : 1 ; 2 ; 3 et $1 + 2 + 3 = 6$.

1. Pour chaque nombre entier de 1 à 100, indiquer s'il est déficient, parfait ou abondant.
2. 2026 est-il un nombre déficient, abondant ou parfait ?
3. Tous les nombres abondants sont-ils pairs ?

Exercice n°2

Thank you, friends !

5 points

Five friends Jean-Marie, Philippe, Jean-Pierre, Rémy and Pierrick are playing poker. They all have an accessory : a hat, glasses or a scarf. They can wear two accessories but not three at the same time. We know that :

- Jean-Pierre has a hat ;
- Philippe has a scarf but not Rémy ;
- Rémy and Pierrick don't wear glasses ;
- they all have a different combination of accessories.

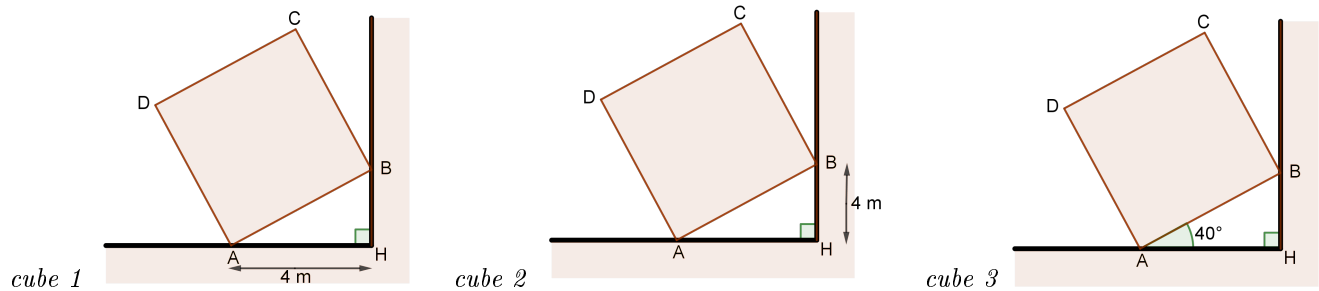
In total, two friends have a scarf, three friends wear glasses and three of them have a hat.

What does Jean-Marie have ?

Exercice n°3**Les cubes du musée****8 points**

Lors d'une visite d'un musée d'art moderne en plein air, Maëlle et son amie Juliette observent 3 cubes géants de 5 m de côté, placés le long d'un mur, dont une arête de chacun est posée contre le mur. Elles se demandent à quelles hauteurs culminent ces cubes et lequel des trois est le plus haut.

En utilisant les informations indiquées sur les figures ci-dessous où ABCD est un carré, répondre à leurs interrogations et préciser comment on pourrait installer un autre cube identique pour qu'il culmine le plus haut possible.

**Exercice n°4****À la bonne heure, l'escape game !****6 points**

Pour déverrouiller la dernière porte d'un « escape game » un groupe d'amis doit régler les horloges de 4 pièces différentes, chacune sur une heure entière (1h, 2h, 3h,..., 12h). Malheureusement, ils n'ont pas encore résolu la dernière énigme leur permettant de trouver les heures des 4 horloges.

En effet, alors qu'il leur reste seulement 14 minutes, ils ont recueilli les informations suivantes :

- l'heure de l'horloge de la pièce principale est un nombre premier (nombre entier strictement supérieur à 1 ayant exactement deux diviseurs : 1 et lui-même) ;
- les heures des trois autres pièces sont trois nombres entiers consécutifs.



Romain pense, qu'avec ces renseignements, ils ont le temps de tester toutes les possibilités pour sortir à coup sûr alors que Tiphaine pense que, même à raison de seulement 3 secondes par combinaison testée, ils n'auront pas le temps et qu'il leur faut absolument trouver la dernière énigme. Qui a raison ?

Exercice n°5**"i" Les tréteaux pour mettre la table****9 points**

En prévision d'un repas de famille, Victor a acheté une planche en bois et deux tréteaux pour ajouter à la table en plastique qu'il possède déjà. Le problème, c'est qu'une fois installées côte à côte, les deux tables n'ont pas la même hauteur.



L'épaisseur de la planche en bois est de 2 cm. Chaque tréteau a deux pieds obliques d'une longueur de 76 cm. La partie métallique qui relie les deux pieds du tréteau mesure 20 cm et elle est fixée sur chaque pied à 41 cm du sommet des pieds des tréteaux. La table en plastique a des pieds perpendiculaires au plateau qui mesurent 65 cm de long et son plateau en plastique a une épaisseur de 5 cm.

Il se demande donc comment faire pour que les deux tables aient la même hauteur. Il ne peut pas modifier la table en plastique donc la seule solution c'est de modifier les tréteaux. Après réflexion, il voit 3 options possibles.

1ère option : comme il est bricoleur, remplacer la barre métallique par une autre barre de la bonne longueur fixée au même endroit pour que les deux tables aient la même hauteur. Quelle doit être la longueur de la nouvelle barre ?

2ème option : dévisser la barre métallique existante et la visser, horizontalement, au bon endroit sur les pieds du tréteau pour que les deux tables aient la même hauteur. À quelle distance du sommet des pieds du tréteau doit-il visser la barre métallique ?

3ème option : couper les pieds des tréteaux à la bonne longueur pour que les deux tables aient la même hauteur. De quelle longueur doit-il raccourcir les tréteaux ?



Exercice n°6**Ce n'est pas du cinéma !****5 points**

Lors de l'exposition « Mathématiques, un dépaysement soudain » organisée par la Fondation Cartier pour l'art contemporain en 2011-2012, un jeu mathématique était proposé par l'acteur et cinéaste japonais Takeshi Kitano. Il s'agissait, en écrivant les nombres 1,2,3,4... dans l'ordre, chacun une seule fois et en utilisant n'importe quel symbole parmi $+$ $-$ $\times$ $\div$ $(\)$ $\sqrt{}$, ou à l'aide d'une notation en puissance, de trouver une formule la plus courte possible dont le résultat était 2011, la longueur d'une formule étant le dernier entier utilisé.

Exemples de formules pour trouver 29 :

$$(1+2)^3 - 4 + 5 - 6 + 7 = 29 \text{ ou } 1^2 \times 3 + 4 \times 5 + 6 = 29 \text{ ou } 1 + 2^3 + 4 \times 5 = 29 \text{ ou } (1+2)^3 + \sqrt{4} = 29$$

La dernière formule est plus courte que les trois premières car elle n'utilise que les quatre premiers entiers.

1. Trouver une formule, la plus courte possible, qui donne comme résultat 28.
2. Trouver une formule, la plus courte possible, qui donne comme résultat 468.
3. Trouver une formule, la plus courte possible, qui donne comme résultat 2025.

Exercice n°7**Le jackpot au bout du bras****6 points**

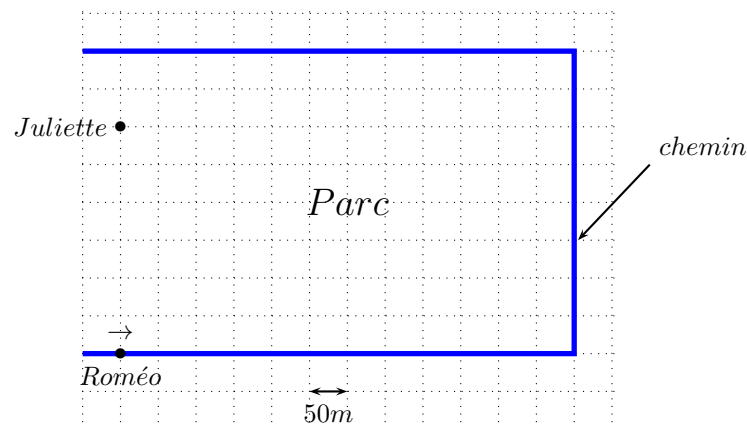
Dans une salle de jeux, on trouve une machine appelée « petit bandit manchot ». Pour jouer avec cette machine, on tire une manette, le bras du « petit bandit manchot », et trois chiffres aléatoires de 0 à 9 s'affichent.

- Si les trois chiffres sont identiques, alors on a gagné le jackpot.
- Si deux des trois chiffres sont identiques (mais pas les trois), alors on a gagné le droit de rejouer.

1. Calculer la probabilité de gagner le jackpot.
2. Calculer la probabilité de gagner le droit de rejouer.

**Exercice n°8****Balade irrationnelle pour une fleur de la Rome antique****8 points**

Tous les matins, Roméo parcourt le chemin qui longe le parc où habite Juliette à la recherche d'une belle fleur. Dès qu'il a trouvé une fleur qui lui convient, il traverse le parc pour rejoindre Juliette par le plus court chemin.



1. Lundi matin, il parcourt exactement 1200 m le long du chemin avant de trouver une fleur. Vérifier qu'il lui reste alors $100\sqrt{17}$ m à parcourir à travers le parc pour arriver chez Juliette.
2. Mardi matin, il parcourt exactement 600 m le long du chemin avant de trouver une fleur. Quelle distance lui reste-t-il à parcourir pour arriver chez Juliette ?
3. Mercredi et jeudi, il n'a pas trouvé la fleur au même endroit, et pourtant, dans les deux cas, il lui restait exactement 500 m à parcourir pour ramener une fleur à Juliette. Où était chacune des fleurs ?
4. Vendredi, Roméo a parcouru au total 1550 m. Où était la fleur qu'il a trouvée ?