

# CALCUL n° 1

$$6 \times 5$$



# CALCUL n° 2

$$6 \times 15$$



CALCUL n° 3

$$66 \times 5$$



CALCUL n°4

$$66 \times 15$$



# CALCUL n°5

$$1236 + 67$$



# CALCUL n°6

$$182 : 7$$



# CALCUL n°7

$$784 \times 11$$



# **Retour collectif et réflexif sur les différents calculs ...**

**1-Quels résultats obtenus ?**

**2-Communication sur les stratégies individuelles :**

- Peut-on comprendre la stratégie utilisée en regardant juste un brouillon ?
- Les écritures sont-elles mathématiquement correctes ?
- Comment proposer un écrit qui explicite la stratégie de calcul utilisé?

**3-Discussion/Echanges sur les modalités en jeu : calcul projeté ou dit à l'oral, timing, brouillon, ...**

# Le calcul à l'école

## Deux modes de fonctionnement :

1-restitution de faits numériques

(=calcul sans réflexion)

2-calcul avec réflexion

## Trois moyens de calculs :

1-calcul sans support écrit

2-calcul avec support écrit (en ligne ou posé)

3-calcul instrumenté

<b>TYPE / MOYEN</b>	Restitution de faits numériques (ou algorithmes) Sans réflexion	Calcul avec réflexion
Calcul <b>sans</b> support écrit		
Calcul <b>avec</b> support écrit		
Calcul instrumenté		

Le **calcul en ligne** n'est pas une nouveauté (il existe dans les programmes et documents d'accompagnements antérieurs).

Ce qui est nouveau, c'est la place de ce calcul dans les programmes :

*« La place consacrée au calcul mental et au calcul en ligne dans les temps d'apprentissage et d'entraînement est plus importante que celle accordée au calcul posé. »*

*« Pour chaque opération, le calcul posé n'est introduit qu'en aval d'activités proposées en calcul mental ou en ligne. »*

Le **calcul en ligne** est une modalité de calcul écrit ou partiellement écrit. Il se distingue à la fois :

- **du calcul mental**, en donnant la possibilité à chaque élève, s'il en ressent le besoin, d'écrire des étapes de calcul intermédiaires qui seraient trop lourdes à garder en mémoire
- **du calcul posé**, dans le sens où il ne consiste pas en la mise en œuvre d'un algorithme, c'est-à-dire d'une succession d'étapes utilisées tout le temps dans le même ordre et de la même manière indépendamment des nombres en jeu.

Le **calcul mental** et le **calcul en ligne** vivent indépendamment mais se nourrissent mutuellement :

- les habiletés développées en calcul mental sont au service du calcul en ligne, elles donnent progressivement accès au traitement en ligne de calculs de plus en plus complexes ;
- le calcul en ligne peut aussi être vu comme une étape dans le développement du calcul mental ;
- le fait d'écrire certaines étapes de calcul permet en effet de libérer la mémoire de travail, favorisant ainsi l'entrée dans le calcul mental ;
- le calcul en ligne ne se limite toutefois pas à cette conception (certains calculs proposés en ligne ne peuvent pas être gérés de façon mentale).

# Quelques exemples et contre-exemples



Ce que le calcul en ligne n'est pas :

$$\begin{array}{r} 8 + 5 + 4 + 1 = \dots\dots\dots 72 \\ \text{⑧} \quad \text{⑤} \quad \text{④} \quad \text{①} \quad \text{⑥} \\ \text{⑧} \quad \text{⑤} \quad \text{④} \quad \text{①} \quad \text{⑥} \\ \text{⑧} \quad \text{⑤} \quad \text{④} \quad \text{①} \quad \text{⑥} \\ \text{⑧} \quad \text{⑤} \quad \text{④} \quad \text{①} \quad \text{⑥} \end{array}$$





Ce que le calcul en ligne n'est pas :

$$58 \times 42 = (2 \times 8 = 16) + (2 \times 5 = 10) + (1 \times 8 = 32) + (4 \times 5 = 20) = 78$$

$$26 \times 12 = 2 \times 6 = 12 \text{ je retiens } 1 \quad 1 \times 2 = 2 \quad 1 = 3 \\ = 32.$$



Ce que le calcul en ligne n'est pas :  
Appropriation du nombre / Décomposition  
Ordre de grandeur du résultat

$$58 \times 42 = (2 \times 8 = 16) + (2 \times 5 = 10) + (1 \times 8 = 32) + (4 \times 5 = 20) = 78$$

$$26 \times 12 = 2 \times 6 = 12 \text{ je retiens } 1 \quad 1 \times 2 = 2 \quad 1 = 3 \\ = 32.$$

Le **calcul en ligne** n'est pas une autre manière d'écrire un calcul posé. Le **calcul posé** repose sur une technique, un algorithme. Le **calcul en ligne** repose sur la compréhension de la notion de nombre, du principe de la numération décimale de position et des propriétés des opérations.

En **calcul en ligne**, les étapes écrites utiles pour l'élève peuvent, dans un premier temps, se présenter sous différentes formes : calculs séparés, arbres de calcul, écritures utilisant des mots ou des flèches, ou tout autre écrit qui accompagne la démarche de l'élève ; progressivement, en fin de cycle 3, ces étapes s'organisent pour devenir un calcul écrit en ligne conforme du point de vue des écritures mathématiques.

## Exemple de calcul en ligne (écrits transitoires)

$$9 + 4 + 6 + 1 = \dots 45 \dots 20$$
$$6 + 4 = 10 \quad | \quad 9 + 9 = 10 \quad | \quad 10 + 10 = 20$$

## Exemple de calcul en ligne (écrits transitoires)

$$8 + 5 + 4 + 1 = \dots 18$$
$$4 + 1 = 5 \quad | \quad 5 + 5 = 10 \quad | \quad 10 + 8 = 18$$

### Remarque :

La dénomination «calcul en ligne» ne doit pas être comprise en tant que «calcul en une seule ligne».

Bien entendu une rédaction sur plusieurs lignes est à privilégier pour palier la difficulté d'une suite d'égalités.

Eléments de lexique : chiffre, nombre, terme, signe, symbole, ...



# Exemple de calcul en ligne (écrits transitoires)

$$2E \times 12 = 26 \times 10 = 260 \quad \cancel{260} 2 \times 26 = 52 \quad 260 + 52 = 312$$

# Exemples de calcul en ligne (écrits aboutis)

À vous de jouer ... trouvez différentes façons de calculer :

$$26 \times 12$$

## Exemples de calcul en ligne (exemples d'écrits aboutis)

$$26 \times 12 = 12 \times 26 = 10 \times 26 + 2 \times 26 = 260 + 52 = 312$$

$$26 \times 12 = 26 \times 4 \times 3 = 104 \times 3 = 312$$

$$26 \times 12 = 20 \times 12 + 6 \times 12 = 240 + 72 = 312$$

$$26 \times 12 = 25 \times 12 + 12 = 25 \times 4 \times 3 + 12 = 312$$

$$26 \times 12 = 26 \times 2 \times 6 = 52 \times 2 \times 3 = 104 \times 3 = 312$$

$$26 \times 12 = 2 \times 13 \times 2 \times 2 \times 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 39 = 2 \times 2 \times 78 = 2 \times 156 = 312$$

Quelles sont les propriétés des opérations ?

Ces noms/appellations **ne** sont **pas** un objectif d'apprentissage "élève" ...

$$26 \times 12 = 12 \times 26 = 10 \times 26 + 2 \times 26 = 260 + 52 = 312$$

commutativité

$$26 \times 12 = 26 \times 4 \times 3 = 104 \times 3 = 312$$

associativité

$$26 \times 12 = 20 \times 12 + 6 \times 12 = 240 + 72 = 312$$

$$26 \times 12 = 25 \times 12 + 12 = 25 \times 4 \times 3 + 12 = 312$$

distributivité

$$26 \times 12 = 26 \times 2 \times 6 = 52 \times 2 \times 3 = 104 \times 3 = 312$$

$$26 \times 12 = 2 \times 13 \times 2 \times 2 \times 3 = 2 \times 2 \times 2 \times 39 = 2 \times 2 \times 78 = 2 \times 156 = 312$$

« Le calcul mental (et en ligne) est un calcul sur les nombres et pas sur les chiffres »

(F. Boule)

**Il n'y a pas de procédures expertes** en calcul mental et en ligne, l'expertise dépend de l'individu et des nombres en jeu.

# Points de vigilance

## 1a-Tolérance dans les écrits transitoires

$$523 - 67 = ?$$

Un élève écrit :

$$523 - 20 = 503 - 40 = 463 - 3 = 460 - 4 = 456$$

Cet élève a une démarche correcte puisqu'il enlève successivement 20, 40, 3 puis 4 au nombre de départ, ce qui revient à enlever 67.

Mais l'écriture mathématique avec une utilisation erronée du symbole « = » n'est pas correcte.

Il vaudrait mieux qu'il transcrive sa stratégie par des calculs séparés, par exemple de la façon suivante :

$$523 - 20 = 503 ; 503 - 40 = 463 ; 463 - 3 = 460 ; 460 - 4 = 456$$

# Points de vigilance

## 1b-Tolérance dans les écrits transitoires

### Les étapes de calcul écrites par les élèves

Les étapes de calcul écrites par les élèves doivent être **conçues comme un support à la pensée**, comme des écrits transitoires qui peuvent ne pas respecter tous les codes de rédaction mathématique, en particulier en ce qui concerne l'utilisation du signe « = » et des parenthèses. Comme pour la production d'écrits, un seuil de tolérance doit être accordé à tous les élèves.

Pour distinguer ces étapes de calcul des écrits institutionnels, le PE pourra faire travailler les élèves sur un support dédié (cahier de recherche, feuilles de couleur, ...).

L'explicitation orale permettra ensuite aux élèves de montrer comment ils comprennent ces étapes écrites ; le PE pourra alors, si cela se révèle être le moment opportun, aider les élèves à les faire évoluer pour qu'elles deviennent mathématiquement correctes, **mais le respect en autonomie des codes par les élèves n'est pas un exigible du cycle 3.**

# Points de vigilance

## 2a-Ecrits personnels / Ecrits de groupe / Synthèse

Il est essentiel que les étapes de calcul, lorsqu'elles sont écrites par le PE dans les temps de travail collectif, de mise en commun ou de synthèse visant l'élaboration de la trace écrite institutionnelle, **soient à la fois mathématiquement correctes et compréhensibles par les élèves.**

### Textes de savoir :

Différents types d'écrits doivent permettre à l'élève de garder trace de ce qu'il a appris en calcul en ligne :

- ses productions, et en regard une correction assortie de quelques mots d'explication de l'erreur dans le cas où elles sont erronées ; ces traces sont accessibles dans un cahier ;
- un écrit produit par l'élève ou par un groupe d'élèves explicitant une stratégie de calcul à retenir ; la formulation de ce type de texte peut-être provisoire et évolutive ;
- un texte construit dans la classe de façon collaborative, ou éventuellement un écrit proposé par le professeur, en synthèse d'un temps de travail.

**Un temps de synthèse permet l'élaboration collaborative d'une trace écrite ; évolutive sur la durée du cycle, elle sera conservée dans un document de type «recueil d'écrits de savoir».**

# Points de vigilance

## 2b-Ecrits personnels / Ecrits de groupe / Synthèse

$$523 - 67 = ?$$

-Écrit d'un élève sur son cahier de recherche :

$$523 - 67 \rightarrow j'ajoute 33 \rightarrow 556 - 100 = 456.$$

-Écrit proposé par un groupe d'élèves :

*523 - 67, c'est comme 500 - 44 en enlevant 23 aux deux nombres ou comme 556 - 100 en ajoutant 33 aux deux nombres.*

-Écrit de synthèse collaborative (éventuellement proposé par l'enseignant) :

*« Pour rendre une soustraction plus simple, on peut ajouter ou soustraire la même quantité aux deux nombres. Par exemple :  $523 - 67 = 556 - 100 = 456$ , ou  $523 - 67 = 500 - 46 = 456$  ».*

# Points de vigilance

## 3-Statut du signe « = »

« À la boulangerie j'achète trois croissants à 1,10 €, deux baguettes à 80 centimes et une brioche à 4,40 €.

Quel est le montant de mes achats ? »

Production 1 :

$$3 \times 1,10 = 3,30 + 2 \times 0,80 = 3,30 + 1,60 = 4,90 + 4,40 = 9,30$$

Production 2 :

$$3 \times 1,10 + 2 \times 0,80 + 4,40 = 3,30 + 1,60 + 4,40 = (3 + 1 + 4) + (0,30 + 0,60 + 0,40) = 8 + 1,30 = 9,30.$$

# Points de vigilance

## 3-Statut du signe « = »

« À la boulangerie j'achète trois croissants à 1,10 €, deux baguettes à 80 centimes et une brioche à 4,40 €. Quel est le montant de mes achats ? »

Production 1 :

$$3 \times 1,10 = 3,30 + 2 \times 0,80 = 3,30 + 1,60 = 4,90 + 4,40 = 9,30$$

Production 2 :

$$3 \times 1,10 + 2 \times 0,80 + 4,40 = 3,30 + 1,60 + 4,40 = (3 + 1 + 4) + (0,30 + 0,60 + 0,40) = 8 + 1,30 = 9,30.$$

Dans la production 1, le signe « = » ne lie pas des nombres égaux.

Cette écriture du calcul est à considérer comme un écrit transitoire. Elle ne doit pas être proposée au tableau, mais ne doit pas non plus être sanctionnée ; la démarche de l'élève est correcte, c'est l'utilisation du symbole de l'égalité qui ne l'est pas.

Il vaudrait mieux **inviter l'élève à écrire des calculs séparés**

La production 2 respecte les codes des écritures mathématiques, mais sa production exige de surmonter une difficulté importante au cycle 3.

# Points de vigilance

## 4-Utilisation des parenthèses (fictives ?)

« six fois quinze c'est six fois dix plus cinq »

↔ Temps d'arrêt ou geste pour symboliser les « ( ... ) »

$$\rightarrow 6 \times 15 = 6 \times 10 + 5$$

$$\rightarrow 6 \times 15 = 6 \times (10 + 5)$$

Dans un calcul, l'écriture symbolique de la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition nécessite l'usage de parenthèses pour être mathématiquement rigoureuse.

Des formulations, à l'oral, ou à l'écrit, avec des mots, voire des gestes, permettent de se passer des parenthèses et de donner accès au sens de la distributivité.

Par exemple, pour effectuer  $6 \times 15$ , on peut dire : «quinze, c'est dix plus cinq, donc six fois quinze, c'est six fois dix plus six fois cinq».

Le calcul «  $6 \times 10 + 6 \times 5$  » ne nécessite pas de parenthèses dès lors que les règles de priorité sont connues (cycle 4) ; on pourra toutefois préférer écrire «  $(6 \times 10) + (6 \times 5)$  » pour bien spécifier les calculs à faire en premier.

## Le calcul mental et le calcul en ligne sont pratiqués pour :

- **construire** puis travailler la compréhension de la notion de nombre et des propriétés de la numération décimale de position (ex :  $26 \times 12$  en ligne pour éclairer le calcul posé de  $26 \times 12$ )
- **développer** la connaissance des nombres (richesse des décompositions)
- **découvrir** et utiliser les propriétés des opérations
- **développer** des habiletés calculatoires
- **construire** progressivement des faits numériques et des procédures élémentaires qui seront utiles pour mener des calculs posés et permettront de traiter des calculs (mentaux ou en ligne) plus complexes
- **développer** des compétences dans le cadre de la résolution de problèmes, par exemple au niveau du choix des opérations
- **travailler** le sens des opérations
- **participer** au développement des six compétences opérationnelles

# Six compétences opérationnelles

- Chercher
- Modéliser
- Représenter
- Raisonner
- Calculer
- Communiquer

# Calcul en ligne et compétences

- **Chercher** : lorsque l'élève s'engage dans une démarche ; il teste plusieurs pistes, compare leur efficacité et s'engage dans l'une d'elles.
- **Représenter** : lorsque l'élève choisit une écriture d'un nombre entier ou décimal adaptée au traitement d'un calcul (décompositions, unités de numération, écriture fractionnaire, etc, ...) ou lorsqu'il passe d'une écriture à une autre. Utiliser une représentation pour traiter un calcul (dessin, schéma, arbre de calcul, diagramme, graphique, écritures avec parenthèses, ...) relève aussi de cette même compétence.
- **Raisonner** : lorsque l'élève choisit une démarche pour mettre en œuvre un calcul, compare un ordre de grandeur calculé et un résultat, vérifie ses résultats, organise des données numériques multiples ou combine plusieurs étapes de calcul, ...il mobilise la compétence « raisonner ».
- **Calculer** : cette compétence est mobilisée dans le calcul mental, en ligne, et posé; elle peut aussi l'être dans le calcul instrumenté lorsque une organisation réfléchie des calculs est nécessaire. Lorsqu'il fait des choix pour organiser un calcul et anticipe sur l'effet de ces choix.
- **Communiquer** : lorsque l'élève utilise à l'oral ou à l'écrit, le langage naturel ou des écritures symboliques (utilisation des chiffres pour écrire des nombres, utilisation des symboles  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $\div$ ,  $=$ , etc, ..., utilisation de l'écriture décimale ou fractionnaire, etc, ...) pour expliciter des démarches, argumenter des raisonnements et présenter des calculs.

D'autres exemples  
de productions d'élèves ... à interroger ...

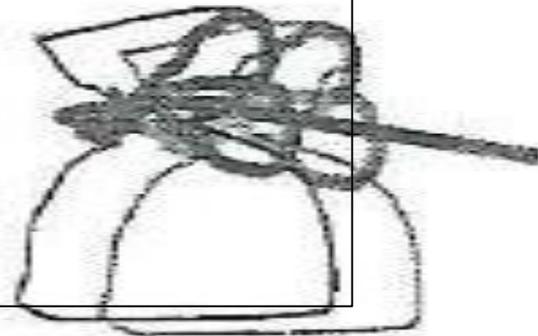
# La commutativité ... évident ou non?

Tom est gourmand. Que va-t-il choisir ?

3 paquets de 5 bonbons

ou

5 paquets de 3 bonbons ?



# Multiplier par 10... ajout d'un 0 ?

Ecris en chiffres 15 x 10

150

Explique ta procédure :

j'ai 15 et j'ai rajouté un dix.

Ecris en chiffres 10 x 15

105

Explique ta procédure :

j'ai pris le 10 du dix et je l'ai rajouté 5

Ecris en chiffres 10 x 15 = 150

dix x quinze

Explique ta procédure :

15  
+  
10 - le 1 = 150

# Débuter en calcul en ligne ...

Calcule sans poser l'opération en colonne :

<p><math>13+17+5 =</math></p> <p>35</p> <p><math>10+10=20</math> <math>+10=30</math> <math>+5=35</math></p>	<p><math>27+18 =</math></p> <p><math>2+1=3</math> <math>7+3=10</math> <math>8+7=15</math></p> <p><math>15</math> <math>+3</math> <math>18</math></p>
---	--

<p><math>13+17+5</math></p> <p><math>10+3+10+7+5</math></p> <p><math>20+10=30</math></p>	<p><math>27+18</math></p> <p><math>20+7+10+8</math></p> <p><math>30+15=45</math></p>
--	--

Ecris en chiffres 12 x10

Explique ta procédure :

cent-vingt j'ai fais  $10 \times 10 = 100$   
et  $10 \times 2 = 20$

$15+7+22$

44

$10+20=30$

$5+7+2=14$

$30+14=44$

$45 = 28 + \dots + 13$

44

$28+13=41$

$44+4=48$